



МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ

В.Б. СИЛИН,
Б.С. МЕЛЬНИКОВ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

по курсу

"ЭЛЕКТРОННЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА"

КОНЕЧНЫЕ АВТОМАТЫ

МОСКВА - 1978

МИНИСТЕРСТВО
ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ

В.Б. СИЛИН, Б.С. МЕЛЬНИКОВ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
по курсу

"ЭЛЕКТРОННЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА"

Конечные автоматы

(Для дневной и вечерней форм обучения)

Утверждено
на заседании редсовета
8 декабря 1977 г.

МОСКВА - 1978

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие по курсу "Электронные вычислительные устройства" посвящается одному из узловых вопросов теории и практики цифровых устройств – основам теории конечных автоматов. Теория конечных автоматов является молодым и бурно развивающимся научно-техническим направлением, содержание которого выходит далеко за рамки непосредственно цифровых устройств. По этой причине содержание многочисленных публикаций по конечным автоматам часто оказывается не слишком удобным материалом по систематическому изучению основ этого направления применительно к цифровой технике. Именно это и привело к необходимости написания настоящего учебного пособия.

Содержание пособия освещает основные этапы синтеза конечных автоматов. Материал изложен таким образом, что он, с одной стороны, соответствует лекционному курсу и, с другой стороны, может непосредственно использоваться при подготовке к лабораторным и практическим занятиям.

Полнота изложения соответствует программе курса "Электронные вычислительные устройства" для специальности "Конструирование и производство электронной вычислительной аппаратуры", подготавливаемой на факультете "Радиоэлектроника летательных аппаратов". Однако пособие в полном объеме может быть с успехом использовано студентами, обучающимися и по остальным специальностям на дневном отделении факультета. При использовании этого пособия студентами вечернего отделения могут быть опущены разделы 1.1, 1.2, 1.3.7, 2.1, 2.5, 3, 4.

Разделы 1, 2 и 3 написаны канд.техн.наук В.Б. Силиным, раздел 4 – канд.техн.наук Б.С. Мельниковым.

© Московский авиационный институт, 1978 г.

Зав. редакцией М.И. Кузнецова

681.14(075)

С362

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1. Задачи, не решаемые средствами комбинационной логики

Основная цель любой инженерной дисциплины – разработка совокупности методов как теоретического, так и технического характера, обеспечивающих решение практических задач определенного круга. Настоящий выпуск конспекта лекций посвящен одному из важнейших разделов курса "Электронные вычислительные устройства" – задачам синтеза цифровых электронных устройств, выполняющим определенные функции обработки информации или управления либо моделирующим поведение некоторых реальных объектов.

Вопросы синтеза цифровых устройств частично уже рассматривались во второй части конспекта лекций [1], содержащей логические основы цифровых вычислительных устройств. Знание материала, изложенного в работе [1], позволяет на теоретическом уровне решать задачи синтеза логических цепей комбинационного типа. Принципиальной особенностью цепей такого типа является возможность обработки только той информации, которая представлена на входах этих цепей в один и тот же момент времени. Выходные сигналы комбинационных логических схем при этом полностью определяются действующим набором, или, другими словами, комбинацией (отсюда и само наименование цепей такого типа – "комбинационные") значений входных логических переменных. Поэтому комбинационные схемы не позволяют учитывать значения логических переменных, действовавшие ранее.

Между тем, многие задачи (можно даже сказать, большинство задач) цифровой вычислительной техники требуют одновременного учета сигналов, поступавших на входы устройства в различные моменты времени, что означает необходимость учета своего рода "предыстории" работы устройства. Едва ли не самым элементарным примером задачи такого ро-

да является задача синтеза счетчика единичных сигналов.

Устройство, реализующее функции такого счетчика (рис. 1),

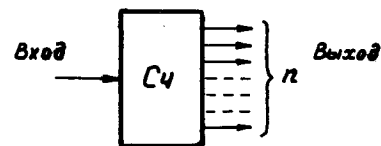


Рис. 1. Последовательный двоичный счетчик

имеет один вход, на который поступают бинарные сигналы "1" (единичный счетный сигнал) или "0" (отсутствие счетного сигнала). Выход устройства позволяет представлять общее число поступивших сигналов за определенный интервал времени в виде некоторого n -разрядного двоичного кода. Естественно,

что максимальное число подсчитанных сигналов не должно превосходить $2^n - 1$. В ходе работы счетчика поступление каждого очередного счетного сигнала должно будет приводить к изменению выходного кода счетчика. Однако новое выходное значение может быть определено только с учетом уже накопленного ранее числа счетных сигналов, т.е. на основе знания "предыстории" накопления.

Более сложным устройством аналогичного типа является устройство, осуществляющее суммирование с накоплением. Примером такого устройства являются современные кассовые аппараты, подсчитывающие общую сумму ряда платежей. В отличие от простейших счетчиков у кассовых аппаратов входными сигналами являются уже многоразрядные коды, однако результат суммирования, как и у счетчиков, на каждом шаге сложения зависит от ранее поступивших слагаемых.

Нетрудно увидеть, что характерной особенностью упомянутых устройств является необходимость учета ряда значений входного сигнала, развернутых во времени, что ни в какой мере не может быть представлено средствами комбинационной логики и, следовательно, не может быть реализовано комбинационными логическими цепями. Рассматриваемые устройства должны обладать способностью в том или ином виде фиксировать "предысторию" сигнала, т.е. должны обладать "памятью". Это одновременно означает, что аппарат комбинационной логики должен быть дополнен какими-то новыми средствами, с помощью которых могла бы быть получена возможность адекватно описывать процесс преобразования информации во времени.

1.2. Описание устройства с сохранением предыстории сигнала

Рассмотрим некоторое устройство А (рис. 2), обладающее одним бинарным входом x и одним бинарным выходом y .

Зафиксируем для этого устройства некоторый начальный момент времени, своего рода момент его включения, в который обеспечиваются определенные всегда идентичные условия начала его функционирования. Обозначим моменты времени подачи входных сигналов цифрами натурального ряда, используемыми в качестве индексов у обозначений входных сигналов.

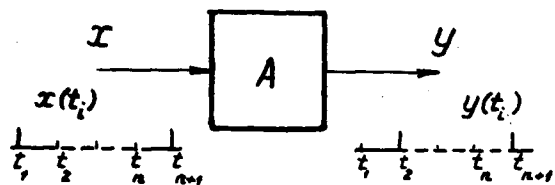


Рис. 2. Устройство, сохраняющее предысторию сигнала

При этом положим, что момент включения устройства будет нулевым. Будем далее полагать, что выходные сигналы с пренебрежимо малой задержкой будут изменяться вслед за поступлением очередных входных. Таким образом, на вход устройства A будет подаваться некоторая последовательность развернутых в последовательные моменты времени сигналов $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n), \dots$, в то время как на выходе будет формироваться соответствующая последовательность $y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_n), \dots$. Возможны различные варианты поведения такого устройства.

В простейшем случае каждый из выходных сигналов может зависеть только от очередного входного сигнала:

$$y(t_n) = f(x(t_n)), \quad (1.1)$$

при этом вид функции $f(\dots)$ остается неизменным в течение всего времени функционирования. Очевидно, что в этом простейшем случае рассматриваемое устройство может быть эквивалентно представлено комбинационной логической цепью, реализующей одну из четырех возможных логических функций от одной переменной. Какая-либо зависимость выходных значений y от ранее поступивших будет отсутствовать.

В случае самого сложного варианта поведения этого устройства будет наблюдаться зависимость выходного сигнала y_n от очередного и всех ранее поступивших входных сигналов, начиная с самого первого x_1 , независимо от реально достигнутого номера n . Такой вариант поведения соответствует устройству практически неограниченной сложности, что, по видимому, исключено для устройств технического происхо-

ждения, поэтому данный вариант поведения может не рассматриваться.

В практических ситуациях наибольший интерес должны представлять устройства с конечной предысторией, т.е. устройства, в которых выходные сигналы зависят от очередного и некоторого конечного числа k ранее поступивших входных сигналов:

$$y(t_n) = f(x(t_{n-k}), x(t_{n-k+1}), \dots, x(t_{n-1}), x(t_n)). \quad (1.2)$$

В тех случаях, когда $n \leq k$, величины $x(t_i)$ для $i < 1$ доопределяются таким образом, чтобы из (1.2) всегда следовали необходимые y_n .

Очевидно, что в этих устройствах последние k из поступивших ранее входных сигналов и представляют собой самую конечную предысторию устройства, определяющую реакцию устройства на очередной входной сигнал. Обозначим эту предысторию для очередного t_n момента времени как $H_{n,k}$. Она, таким образом, включает в себя последовательность входных сигналов, начиная с $x(t_{n-k})$ и кончая $x(t_{n-1})$.

Заметим, что влияние этой предыстории не ограничивается ее участием в формировании очередного n -го выходного сигнала, но и проявляется в постепенно ослабевающей степени на протяжении еще $k-1$ шага работы устройства (рис. 3). Как следует из рис. 3, сигналы, входящие в предысторию $H_{n,k}$, могут входить и в ряд других предысторий, в частности сигнал $x(t_n)$ входит всего в k предысторий.

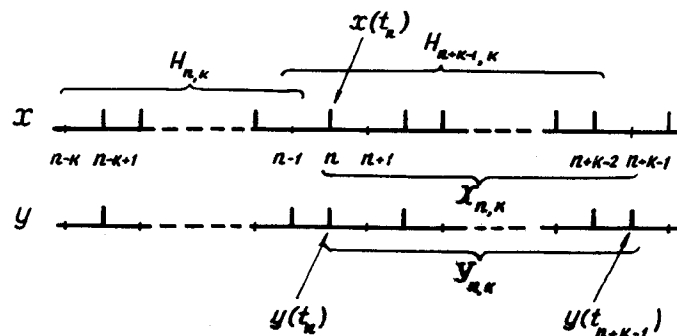


Рис. 3. Временная диаграмма, поясняющая понятие конечной предыстории

Все это означает, что в зависимости от предыстории $H_{n,k}$ для одной и той же последовательности входных сигналов из k сигналов, начинающейся с сигнала $x(t_n)$ (далее также

последовательности входных сигналов будем обозначать как $X_{n,k}$, могут быть получены отличающиеся на этом интервале в произвольном числе моментов времени друг от друга последовательности выходных сигналов $Y_{n,k}$ (их обозначение вводится аналогично обозначению входных последовательностей). В предельном случае для любой фиксированной последовательности $X_{n,k}$ каждой предыстории $H_{n,k}$ будет соответствовать своя выходная последовательность $Y_{n,k}$. Однако на практике чаще следует ожидать того, что многие предыстории $H_{n,k}$ при фиксации входной последовательности будут вызывать появление одинаковых выходных последовательностей. Более того, многие предыстории могут вызывать одинаковый выходной эффект не только на каких-то отдельных входных последовательностях, но и на всем их множестве. Такие предыстории можно считать эквивалентными по их влиянию на выход устройства, т.е. на реализуемую им функцию обработки информации. Существенно, что эквивалентность предысторий не зависит от моментов времени, относительно которых они рассматриваются, что определяется неизменностью формы зависимости (1.2) при изменениях n . Таким образом, все множество возможных предысторий, которое может включать в себя до 2^n предысторий, может быть разбито на некоторое число (обозначаемое далее как l) непересекающихся подмножеств S_j , каждому из которых теперь можно поставить в соответствие некоторый индекс j , для которого выполняется $1 \leq j \leq l$. Отметим, что с точки зрения влияния на последующее поведение устройства все эквивалентные предыстории, входящие в одно подмножество S_j , неразличимы между собой и поэтому вполне могут представляться именем самого подмножества S_j . Но тогда каждому моменту времени для рассматриваемого устройства может быть поставлено в соответствие некоторое значение $S(t_n)$, подобно входному и выходному сигналам, соответственно $x(t_n)$ и $y(t_n)$. В отличие от последних $S(t_n)$ непосредственно не наблюдается, характеризуя собой зафиксированную устройством его предысторию. Можно сказать, что $S(t_n)$ представляет собой как бы внутреннее состояние устройства.

Зависимость (1.2) теперь может быть переписана в иной форме:

$$y(t_n) = f(x(t_n), S(t_n)). \quad (1.3)$$

Однако полученное выражение не в полной мере эквивалентно (1.2), так как в нем отсутствует определение S . Это определение может быть сделано без труда. Так как переход

от одной предыстории к другой связан только с удалением из предыдущей ее первого элемента и добавлением нового значения входного сигнала в качестве ее последнего элемента (что хорошо видно из рис. 3), то вся трудность заключается только в отношении предыдущей и последующей предысторий к соответствующим подмножествам S_j . Это позволяет определить зависимость для изменений S :

$$S(t_{n+1}) = g(x(t_n), S(t_n)). \quad (1.4)$$

Проведенное рассмотрение позволило в описании исследуемого устройства перейти от выражения (1.2), включавшего в себя предысторию устройства в явном виде, к выражениям (1.3) и (1.4), использующим введенное понятие внутреннего состояния, в компактной форме отражающее всю предысторию или же, можно сказать, реализующее функцию памяти устройства.

Выражение (1.2) принято называть рекуррентным булевым выражением [2], в то время как выражения (1.3) и (1.4) описывают исследуемое устройство в так называемой автоматной форме.

Следует подчеркнуть, что выражения (1.3) и (1.4) были получены для простейшей формы рассматриваемого устройства, когда его вход и выход описываются единственными двоичными переменными. Нетрудно убедиться в том, что ни на одном из этапов вывода это ограничение не играло принципиальной роли и было введено только для простоты рассуждений. Из этого следует, что форма выражений (1.3) и (1.4) может быть получена и для более общего случая, когда переменные x и y уже не будут простейшими двоичными переменными, а смогут принимать значения из некоторых заданных множеств.

Выше в тексте впервые было употреблено понятие автоматного описания. Можно далее добавить, что устройство, допускающее автоматное описание, само относится к классу так называемых автоматов. Определение точного смысла этих терминов требует обсуждения ряда понятий и некоторых формальных правил.

1.3. Формализация исходных понятий теории автоматов

1.3.1. Абстрактные и прикладные аспекты теории автоматов. Как и большинство научных дисциплин, теория автоматов содержит две основные части: общие основы теории и совокупность прикладных направлений. Общая теория автоматов входит в состав широкого научного направления — кибернетики.

Предметом общей теории автоматов являются так называемые абстрактные автоматы. Понятие абстрактного автомата определяется достаточно широко. В настоящее время принято считать, что абстрактный автомат — это математическая идеализация реального объекта (технической или биологической системы), перерабатывающего некоторую информацию, представляющую собой определенные входные возмущения.

Понятие абстрактного автомата ни в какой мере не связано с конкретным физическим смыслом, который может быть вложен в основные компоненты модели — сигналы, состояния, входы, выходы и т.д. Абстрактная теория автоматов своей главной задачей имеет изучение общих особенностей поведения автоматов, решая в основном вопросы анализа их внешнего функционирования.

Прикладные разделы теории автоматов рассматривают техническую реализацию автоматов на той или иной физической базе, характер которой может оказывать значительное влияние на само содержание, форму постановки и методы решения конкретных прикладных задач. Это, в свою очередь, оказывает влияние и на тот набор средств общей теории автоматов, который полезен на всех этапах анализа и синтеза автоматов на конкретной элементной базе. В связи с этим далее ряд понятий теории автоматов будет обсуждаться одновременно применительно как к абстрактным, так и к конкретным реальным автоматам, находящим свое воплощение в цифровой технике.

1.3.2. Автоматное время. В выражениях (1.3) и (1.4), описывающих соответственно изменения выходных сигналов или внутренних состояний в зависимости от ряда аргументов, связываются между собой значения некоторых переменных, заданных в последовательные моменты времени. Этот ряд последовательных величин для абстрактных автоматов носит наименование автоматного времени. Для абстрактных автоматов это время может быть лишено какого-либо конкретного физического смысла, для реальных автоматов это автоматное время всегда отображается в некоторую реальную физическую величину, которая может и не быть действительным временем. Это может быть номер испытания некоторого объекта, номер обращения к нему, наконец, даже упорядоченное место его расположения. Естественно, однако, что наиболее часто для конкретных автоматов автоматное время отображается в ряд значений реального физического времени. В этом отображении следует отметить одну существенную особенность.

Автоматное время наиболее удобно, как и ранее, представлять в виде ряда натуральных чисел: $1, 2, 3, \dots, n, \dots$

При отображении этого ряда на физическое время могут действовать различные закономерности в зависимости от некоторых свойств реальных автоматов. Так, если моменты времени, в которые могут быть определены переменные, описывающие реальный автомат, заданы вполне определенно некоторым внешним по отношению к автомату способом, то каждое значение автоматного времени отображается в строго определенное соответствующее ему значение реального времени. Интервалу между двумя последовательными значениями автоматного времени будет соответствовать определенный интервал физического времени. Реальные автоматы, соответствующие этому случаю, называются синхронными автоматами, что указывает на наличие некоторого внешнего по отношению к автомату источника синхронизирующих сигналов.

Для реального автомата так называемого асинхронного типа отображение автоматного времени на реальное носит иной характер. В этом отображении уже нет жесткого масштаба соответствия между значениями автоматного и моментами реального времени. Требуется, однако, соблюдение двух условий:

1) в отображении должно сохраняться отношение предшествования значений автоматного и реального времени, т.е. последующему автоматному времени должно соответствовать и последующее реальное время;

2) для реального автомата минимальный интервал между двумя моментами времени, на которые отображаются два последовательных значения автоматного времени, не должен быть меньше некоторой граничной величины, определяемой физическими свойствами реального автомата.

Итак, реальные автоматы асинхронного типа не подвергаются внешней принудительной синхронизации. Интервал между сигналами, поступающими на эти автоматы, может быть ограничен только снизу за счет конечной скорости физических процессов, протекающих в реальных автоматах.

1.3.3. Входные, выходные и внутренние переменные. В способах описания переменных абстрактных и реальных автоматов имеются определенные отличия. Так, в реальных автоматах, встречающихся в цифровых электронных устройствах, переменные, как правило, носят бинарный характер, при этом число таких бинарных входов и выходов может быть не ограничено. Аналогичным образом представляются и внутренние переменные реальных автоматов. Можно, в частности, считать, что переменные реальных автоматов представляют собой многомерные величины с двоичными компонентами (рис. 4,а).

При описании абстрактных автоматов, напротив, исходят из того, что они имеют только по одному входу и выходу (рис. 4,б). Число значений, которое при этом может принимать входная и выходная переменная (аналогично и внутренняя), не ограничивается.

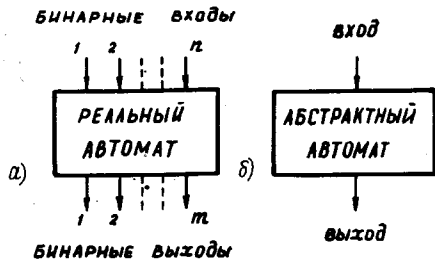


Рис. 4. К определению входных и выходных переменных реального (а) и абстрактного (б) автоматов

Используется специальная терминология для описания значений переменных абстрактных автоматов. Для каждой из переменных эти значения принято называть символами. Все символы, относящиеся к каждой из переменных, образуют соответствующий алфавит. Таким образом, говорят об алфавитах входных, выходных и внутренних. Общее число символов, входящих в тот или иной алфавит, может быть конечным или бесконечным. В теории электронных цифровых вычислительных устройств обычно рассматриваются абстрактные автоматы с конечными алфавитами переменных — такие автоматы принято называть конечными.

При установлении соответствия между значениями переменных абстрактного и реального конечных автоматов каждому из символов того или иного алфавита ставится во взаимно-однозначное соответствие комбинация значений двоичных переменных реального автомата. В этом случае изменение хотя бы одного из двоичных значений любой переменной для реального автомата означает соответствующее изменение определенного символа абстрактного автомата.

1.3.4. Алфавитное преобразование. Преобразования, представленные ранее выражениями (1.3) и (1.4), могут быть теперь сформулированы более четко в новых терминах. Будем говорить, что абстрактный автомат обладает двумя характеристическими функциями, определенными на трех абстрактных алфавитах — входном X , выходном Y и внутреннем S в абстрактном автоматном времени:

функцией выходов

$$y(t) = f(x(t), s(t)) \quad (1.5)$$

и функцией переходов

$$s(t+1) = g(x(t), s(t)), \quad (1.6)$$

в которых $t = 1, 2, 3, \dots$; $x \in X$; $y \in Y$; $s \in S$.

Приведенные характеристические функции определяют так называемое алфавитное (посимвольное) преобразование всех абстрактных переменных во времени.

1.3.5. Определение конечного абстрактного автомата. Приведенные выше рассуждения позволяют теперь непосредственно сформулировать общее определение конечного абстрактного автомата.

Конечный абстрактный автомат — это дискретный преобразователь информации, для которого в автоматном времени $t = 1, 2, 3, \dots$ заданы конечные алфавиты входных сигналов X ($x_i \in X, 1 \leq i \leq n$), выходных сигналов Y ($y_j \in Y, 1 \leq j \leq m$) и внутренних состояний S ($s_k \in S, 1 \leq k \leq l$) и функционирование которого описывается характеристическими функциями выходов и входов

$$y(t) = f(x(t), s(t));$$

$$s(t+1) = g(x(t), s(t))$$

с фиксированным начальным состоянием $s^0 (s^0 \in S)$. Определенный таким образом конечный абстрактный автомат носит наименование автомата Мили. Существует и несколько иное определение, отличающееся от приведенного только видом функции выходов:

$$y(t) = f(s(t)), \quad (1.7)$$

все остальные компоненты определения сохраняются неизменными. Определенный таким образом автомат носит наименование автомата Мура. Далее будет показано, что для каждого автомата Мили может быть получен эквивалентный ему автомат Мура и наоборот.

Отметим, что выше был определен только абстрактный конечный автомат, но не реальный. Очевидно, может быть сформулировано соответствующее определение и для реального автомата, хотя при этом и могут возникнуть некоторые затруднения из-за наличия среди реальных автоматов их синхронных и асинхронных вариантов. Видимо, более простым будет подход к определению конечных реальных автоматов, основанный на том определении абстрактного автомата, который был приведен ранее (см. с. 10).

Конечным реальным автоматом будем называть тот реальный автомат, математической моделью которого будет конечный абстрактный автомат.

1.3.6. Полностью определенные и частичные автоматы. В обоих выражениях (1.5) и (1.6) в качестве их аргументов находятся пары символов x_i и s_k . В соответствии с определе-

нием конечного абстрактного автомата число различных символов x_i составляет n , а $s_k - l$, таким образом, максимальное число возможных пар $x_i s_k$ составляет $n \cdot l$. Тогда конечный абстрактный автомат считается полностью определенным, если зависимости (1.5) и (1.6) определены для всех $n \cdot l$ пар $x_i s_k$. Если же для части таких пар выражения (1.5) и (1.6) не определены, то автомат является не полностью определенным, или, как говорят, частичным.

Интерпретация частичного автомата иногда вызывает затруднения. На первый взгляд, не должно быть никаких обстоятельств, на основании которых на автомат, находящийся в некотором внутреннем состоянии, нельзя было бы подать тот или иной входной сигнал. В то же время отсутствие определенности для какой-либо пары $x_i s_k$ говорит именно о том, что одновременное существование таких значений недопустимо, а значит, при существующем s_k действительно невозможно появление входного сигнала x_i .

Объяснение этого обстоятельства заключается в следующем. Поскольку абстрактный автомат является математической моделью некоторого реального объекта, постольку свойства такого автомата определяются на основе изучения соответствующих характеристик поведения реального объекта при подаче на него различных последовательностей входных сигналов. В п. 1.2 было показано, что фундаментальное для автомата понятие внутреннего состояния родилось именно в процессе такого изучения путем некоторого обобщения подмножеств эквивалентных по выходному эффекту предисторий входных сигналов. В частности, эти подмножества были получены из числа последовательностей входных сигналов, которые действительно могли наблюдаться при функционировании исследуемого реального объекта. Если для реального объекта в силу определенных свойств изучаемого явления оказываются недопустимыми некоторые сочетания значений входного сигнала, то при создании математической модели этого объекта в виде конечного абстрактного автомата это приведет к соответствующим ограничениям в составе подмножеств эквивалентных предисторий. А это уже, в свою очередь, наложит именно те ограничения на связь между входными переменными и введенной переменной — внутренним состоянием, которые приведут к не полному определению самого конечного автомата.

1.3.7. Словарное преобразование. Введенные в пп. 1.2, 1.3.4 и 1.3.5 формальные средства описания поведения конечных абстрактных автоматов позволяли в компактной форме представить посимвольный (алфавитный) процесс преобразова-

ния входных сигналов. Однако основным назначением конечных автоматов является обработка информации, представляющей собой не отдельные символы, а последовательности сигналов, развернутые во времени.

Для описания таких процессов в теории конечных автоматов используется специальная терминология. Так, вместо понятия последовательности сигналов, характерного для реальных объектов, используется понятие слова, состоящего из символов соответствующего алфавита. Слово обладает длиной, равной числу входящих в него символов. Отсчет слова может начинаться с любого момента времени. Говорят о входном слове $\tilde{X}_{k,t}$ длины k , о выходном слове $\tilde{Y}_{k,t}$ и о слове внутренних состояний $\tilde{S}_{k,t}$, для которых выполняется

$$\tilde{X}_{k,t} = \{x(t), x(t+1), \dots, x(t+k-1)\}; \quad (1.8)$$

$$\tilde{Y}_{k,t} = \{y(t), y(t+1), \dots, y(t+k-1)\}; \quad (1.9)$$

$$\tilde{S}_{k,t} = \{s(t), s(t+1), \dots, s(t+k-1)\}. \quad (1.10)$$

Закономерности преобразования входного слова $\tilde{X}_{k,t}$ в слово выходное $\tilde{Y}_{k,t}$ и внутренних состояний $\tilde{S}_{k,t}$, называемого словарным преобразованием, полностью основываются на рассмотренном ранее алфавитном преобразовании. Для словарного преобразования нет компактной аналитической формы, оно осуществляется обычно алгоритмическим образом, путем последовательного выполнения алфавитного преобразования над символами входного слова и слова внутренних состояний.

2. ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ АБСТРАКТНЫХ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

2.1. Общие требования к формам и средствам представления абстрактных конечных автоматов

Содержащиеся в пп. 1.2, 1.3.4 и 1.3.5 соотношения (1.3), (1.4), (1.5), (1.6) и (1.7), определяя функционирование абстрактного конечного автомата, сами, тем не менее, по своей конкретной форме остались еще не определенными. Это, в частности, явилось причиной того, что до сих пор не было рассмотрено ни одного примера абстрактного конечного автомата. Приводившиеся ранее записи функций выходов и переходов только лишь декларировали необходимость соответствующей функциональной зависимости между парами значений аргументов $x(t)$, $s(t)$ и функций $y(t)$, $s(t+1)$. Таким образом, эти зависимости лишь обозначали переход типа

$$x(t), s(t) \rightarrow y(t), s(t+1). \quad (1.11)$$

Однако до сих пор еще не было установлено, какими конкретными средствами представляется эта функциональная связь. Эти формы и предстоит обсудить ниже. Предварительно сформулируем основные требования, которым должны удовлетворять формы и средства представления абстрактных конечных автоматов.

1. Полнота представления. Используемые формы и средства представления абстрактных конечных автоматов должны исчерпывающим образом описывать все компоненты определения абстрактного конечного автомата.

2. Однозначность представления. Используемые формы и средства представления не должны допускать какой бы то ни было неоднозначности или неопределенности в описании функционирования абстрактного конечного автомата.

3. Простота получения. Должен обеспечиваться детерминированный и достаточно простой переход от описания абстрактного конечного автомата в некоторой допустимой исходной форме к описанию в заданной форме без какой бы то ни было потери информации.

4. Наглядность представления. Используемые формы и средства представления конечного автомата должны позволять с достаточной наглядностью интерпретировать все основные свойства абстрактного конечного автомата, вошедшие в его определение, и хотя бы некоторые другие, которые могут представлять интерес.

5. Удобство в использовании. Применяемые формы и средства представления абстрактного конечного автомата должны допускать выполнение тех преобразований, которые могут быть необходимы на тех или иных этапах анализа и синтеза абстрактных и реальных автоматов. Желательно, чтобы каждая из используемых форм была особенно удобна для какого-то определенного преобразования.

Последние два требования оправдывают стремление иметь целый набор различных средств представления абстрактных автоматов, так как трудно рассчитывать на то, что может быть найдено одно универсальное средство представления, наиболее пригодное для любых интерпретаций и преобразований автоматов.

Далее будут рассмотрены некоторые конкретные формы представления абстрактных конечных автоматов, однако перед этим целесообразно сделать одно замечание. Среди методов, которые далее будут обсуждены, не будет привычных для мно-

гих приложений аналитических методов представления. Случайно ли это? И нельзя ли считать аналитической формой представления абстрактного конечного автомата непосредственно саму запись вида (1.5), (1.6) и (1.7)? Нет, так как уже ранее было показано, что с соотношениями (1.5), (1.6) и (1.7) не связан никакой конкретный математический аппарат, лишь чисто внешне используется формальная математическая символика.

Получение же действительно аналитической формы представления абстрактного конечного автомата связано с необходимостью расширения средств конечной математики, используемой в настоящее время в цифровой вычислительной технике. В общем случае средств одной только булевой алгебры оказывается недостаточно для описания многозначных переменных конечного абстрактного автомата. Необходимо привлечение сложного аппарата многозначной логики. Однако этот аппарат в настоящее время практически недоступен подавляющему числу инженеров. Кроме того, не ясно, какие удобства в конечном итоге при этом могут быть получены. Дело в том, что булева алгебра наиболее ценна тем, что связывает описание функционирования логических цепей с методами их синтеза. Такая задача при описании абстрактных конечных автоматов не стоит, так как абстрактный автомат сам непосредственно не является объектом синтеза, а лишь служит цели начальной формализации задачи, не будучи связан ни с какой конкретной технической базой.

Все следующие ниже формы представления конечных абстрактных автоматов основаны на перечислении в том или ином виде всех символов алфавитов автомата и всех соответствий типа (1.11).

2.2. Представление абстрактного конечного автомата с помощью таблиц переходов и выходов

Одним из наиболее удобных и поэтому широко употребительных методов представления абстрактных конечных автоматов является их представление в форме таблиц переходов и выходов. Эти таблицы строятся несколько различным образом для автоматов Мили и Мура.

Таблицы переходов и выходов для автомата Мили имеют число строк, равное числу символов во входном алфавите (т.е. n), и число столбцов, равное числу символов в алфавите внутренних состояний (т.е. l). Таким образом, задаются все возможные пары текущих (т.е. в момент времени t) зна-

чений аргументов характеристических функций. В клетках самих таблиц проставляются текущие выходные сигналы (для таблицы выходов) или внутренние состояния, которые наступят к следующему такту времени (т.е. для момента времени $t+1$). Внутренние состояния заполняют клетки таблицы переходов (можно было бы сказать – внутренних переходов). Рассмотрим пример таких таблиц для некоторого автомата Мили, имеющего следующие алфавиты: $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2\}$ и $S = \{s_1, s_2, s_3\}$.

Тогда таблицы выходов (табл. 1) и переходов (табл. 2) могут иметь, например, следующий вид:

Таблица 1

x_i	s_k		
	s_1	s_2	s_3
x_1	s_1	s_3	s_2
x_2	s_3	s_1	s_2
x_3	s_1	s_2	s_1

Таблица 2

x_i	s_k		
	s_1	s_2	s_3
x_1	y_1	y_1	y_2
x_2	y_1	y_2	y_1
x_3	y_2	y_2	y_1

Часто для компактности записи таблицы выходов и переходов совмещают. Тогда каждую клетку совмещенной таблицы

Таблица 3

x_i	s_k		
	s_1	s_2	s_3
x_1	s_1 y_1	s_3 y_1	s_2 y_2
x_2	s_3 y_1	s_1 y_2	s_2 y_1
x_3	s_1 y_2	s_2 y_2	s_1 y_1

делят диагональ на две части: в верхней обычно записывают будущее внутреннее состояние, в нижней – текущий выходной сигнал. Ниже приводится совмещенная таблица (табл. 3) для автомата, ранее представленного табл. 1 и 2.

Когда число пар x_i, s_k сравнительно невелико, таблицу выходов и переходов строят иногда иным способом, несколько напоминающим построение истинностной таблицы. Это построение непосредственно связывает в одной строке пары преобразования (1.11). Такая таблица для уже рассматриваемого автомата приводится ниже (табл. 4).

Для автомата Мура таблицы выходов и переходов отдельно не составляются в силу простоты функции выходов. Совме-

щенная таблица строится несколько иным способом по сравнению с таблицей для автомата Мили. Число строк такой таблицы равно $n+1$: добавляется отдельная строка для выходных сигналов, зависящих только от внутренних состояний. Эта строка обычно располагается в низу таблицы. В клетках остальных строк проставляются будущие внутренние состояния. Пример такой таблицы приводится для некоторого автомата Мура, обладающего следующими алфавитами: $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2\}$ и $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ (табл. 5).

Для автомата Мура может быть составлена таблица, аналогичная табл. 4. Ее построение очевидно и поэтому может быть опущено.

Таблица 5

x_i	s_k			
	s_1	s_2	s_3	s_4
x_1	s_1	s_3	s_4	s_2
x_2	s_4	s_2	s_1	s_3
x_3	s_2	s_1	s_4	s_2
y_j	y_1	y_1	y_2	y_1

Таблица 4

$x_i(t)$	$s_k(t)$	$y_j(t)$	$s_k(t+1)$
x_1	s_1	y_1	s_1
x_1	s_2	y_1	s_3
x_1	s_3	y_2	s_2
x_2	s_1	y_1	s_3
x_2	s_2	y_2	s_1
x_2	s_3	y_1	s_2
x_3	s_1	y_2	s_1
x_3	s_2	y_2	s_2
x_3	s_3	y_1	s_1

Таблица 6

x_i	s_k		
	s_1	s_2	s_3
x_1	s_1 y_1	s_3 y_1	-
x_2	s_3 y_1	s_1 y_2	s_2 y_1
x_3	s_1 y_2	-	s_1 y_1

Все приведенные таблицы соответствовали полностью определенным автоматам Мили и Мура. При описании частичного автомата для не определенных пар x_i, s_k должны оставаться свободными клетки в таблицах типа табл. 1, 2, 3 и 5 или строки в таблицах типа табл. 4. Часто в указанных местах ста-

вятся прочерки. В качестве примера частичного автомата возьмем автомат Мили, имеющий те же алфавиты, что и рассмотренный ранее, с тем, однако, отличием, что для пар x, S_3 и x, S_2 преобразование (1.11) не будет определено. Тогда совмещенная таблица переходов и выходов для этого автомата будет иметь вид табл. 6.

Рассмотренное табличное представление абстрактного конечного автомата достаточно удобно при решении целого ряда задач анализа и синтеза автоматов. Его основными достоинствами являются предельная простота составления и непосредственное отображение преобразования (1.11).

2.3. Представление абстрактного конечного автомата с помощью графа

Формой представления абстрактного автомата, позволяющей весьма наглядно интерпретировать ряд его свойств, является его представление в виде направленного графа. Построение этого графа осуществляется сходным образом для автоматов Мили и Мура во всех их компонентах, кроме отображения выходных сигналов (это естественно, поскольку функции выходов для автоматов Мили и Мура различны).

Для обоих типов автоматов их внутренние состояния представляются вершинами графа (рис. 5). Внутренние переходы от одного состояния к другому изображаются направленными дугами. И для автомата Мили, и для автомата Мура входной сигнал, вызывающий этот переход из предыдущего состояния $s(t)$ в последующее $s(t+1)$, приписывается соответствующей дуге так, как это показано на рис. 5. Для автомата Мили выходной сигнал $y(t)$, определяемый парой x, S_k , ставится в соответствие самой дуге (см. рис. 5, а). Для автомата Мура выходной сигнал зависит только от внутреннего состояния и поэтому приписывается соответствующей вершине (см. рис. 5, б). Таким образом, на графах отображаются обе характеристические функции абстрактного конечного автомата.

Для автомата Мили выходной сигнал $y(t)$, определяемый парой x, S_k , ставится в соответствие самой дуге (см. рис. 5, а). Для автомата Мура выходной сигнал зависит только от внутреннего состояния и поэтому приписывается соответствующей вершине (см. рис. 5, б). Таким образом, на графах отображаются обе характеристические функции абстрактного конечного автомата.

Иногда при составлении графа автомата для упрощения самого вида графа несколько дуг, обозначающих одинаковые внутренние переходы, но при различных входных сигналах, объединяются в одну дугу, около которой записывается логическая сумма условий перехода (рис. 6).

На рис. 7 и 8 изображены графы автоматов, ранее заданных в табличной форме в п. 2.2.

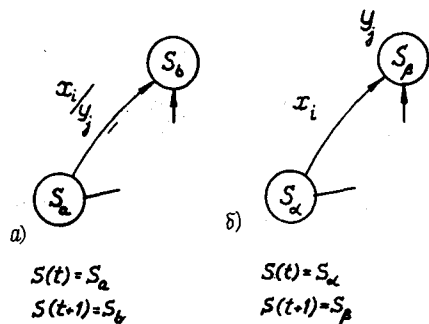


Рис. 5. Представление на графе входных и выходных переменных, внутренних состояний и переходов для автоматов Мили (а) и автоматов Мура (б)

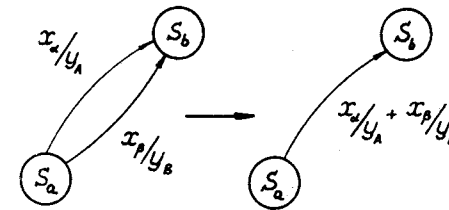


Рис. 6. Объединение дуг, обладающих общими исходными и конечными внутренними состояниями

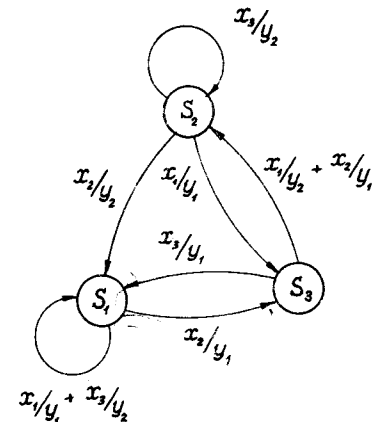


Рис. 7. Граф автомата, заданного табл. 3

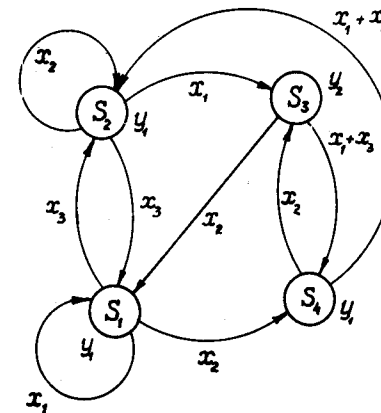


Рис. 8. Граф автомата, заданного табл. 5

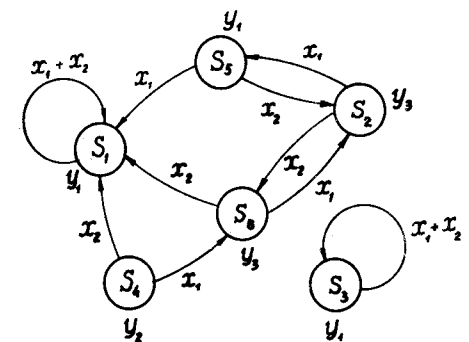


Рис. 9. Граф автомата Мура с вершинами различных типов

Представление автомата в виде графа дает значительные удобства при решении ряда задач. В частности, с помощью графа очень легко осуществить словарное преобразование. Пусть, например, на автомат Мили (см. рис. 7) с заданным

начальным внутренним состоянием S_1 будет подано входное слово $X_{S_1} = \{x_2, x_3, x_1, x_1, x_2\}$. Тогда последовательный проход по графу, начиная от его вершины S_1 с выбором дуг, соответствующих символам входного слова, сразу же даст выходное слово $Y_{S_1} = \{y_1, y_1, y_1, y_1, y_1\}$ и слово внутренних состояний $S_{S_1} = \{S_1, S_3, S_1, S_1, S_1, S_3\}$. Естественно, тот же результат можно было бы получить и с помощью табличного задания автомата (см. табл. 3), однако его получение на основе графа значительно нагляднее и легче контролируется, что позволяет резко сократить опасность ошибки.

Графическое представление автомата также легко позволяет обнаружить и наглядно интерпретировать некоторые общие свойства конечного автомата. На рис. 9 изображен граф некоторого конечного автомата Мура, где хорошо видно, что множество вершин графа (а значит, и весь алфавит внутренних состояний автомата) может быть разбито на ряд подмножеств, включающих в себя вершины с совершенно определенными свойствами. Так, граф на рис. 9 содержит: 1) изолированные вершины (она одна — S_3), которые не связаны с другими вершинами; 2) тупиковые вершины (такая вершина у рассматриваемого графа тоже только одна S_1), из которых нет выхода; 3) переходящие вершины (это вершина S_4), к которым нет переходов, и, наконец, переменные вершины (для рассматриваемого графа это вершины S_2, S_5 и S_6), для которых определены и входные, и выходные переходы. Очевидно, что уже одно только зрительное наблюдение такого графа позволяет сделать ряд общих заключений об особенностях его работы.

2.4. Матричное представление абстрактного конечного автомата

Матричное представление автомата в определенной степени объединяет в себе некоторые черты табличного и графического представлений. Напоминаая по своему внешнему виду таблицу, оно тем не менее прежде всего отражает структурные особенности графа.

Построение матричных форм для автоматов Мили и Мура имеет некоторые отличия. Поэтому рассмотрим их отдельно.

Матрица автомата Мили представляет собой квадратную таблицу, строки которой соответствуют текущим значениям внутреннего состояния автомата, а столбцы — их последующим значениям. В клетках матрицы записываются условия, при которых осуществляется соответствующий переход, т.е. необходимые входные и появляющиеся при этом выходные сигналы.

Нетрудно увидеть, что содержание этих условий есть не что иное, как записи, относящиеся к дугам графа автомата Мили.

Матрица автомата Мура, кроме аналогичных строк и столбцов, имеет еще один дополнительный столбец, содержащий выходные сигналы, определяемые текущими внутренними состояниями. Естественно, что в остальных клетках матрицы эти сигналы не обозначаются.

Матрицы автоматов могут иметь определенное число пустых клеток, что означает отсутствие непосредственных переходов между соответствующими внутренними состояниями. Характерной особенностью матриц полностью определенных автоматов Мили и Мура является то, что появление того или иного сигнала из перечисленных в строке всегда является достоверным событием, что означает обязательность того или иного перехода.

$S_2(t+1)$ $S_2(t)$	S_1	S_2	S_3
S_1	$x_1/y_1 + x_2/y_2$	—	x_2/y_1
S_2	x_1/y_2	x_2/y_2	x_1/y_1
S_3	x_2/y_1	$x_1/y_2 + x_2/y_1$	—

Рис. 10. Матрица переходов автомата Мили

$S_2(t+1)$ $S_2(t)$	S_1	S_2	S_3	S_4	$y_1(t)$
S_1	x_1	x_2	—	x_2	y_1
S_2	x_2	x_2	x_1	—	y_1
S_3	x_2	—	—	$x_1 + x_2$	y_2
S_4	—	$x_1 + x_2$	x_2	—	y_1

Рис. 11. Матрица переходов автомата Мура

Примеры матриц автоматов приводятся на рис. 10 для автомата Мили, ранее представленного табл. 3 и графом на рис. 6, и на рис. 11 — для автомата Мура, ранее представленного табл. 5 и графом на рис. 8.

Матричное представление автоматов, подобно их представлению с помощью графов, позволяет с достаточной простотой обнаруживать состояния всех четырех типов, рассмотренных в п. 2.3. Это хорошо видно из матрицы на рис. 12, составленной для автомата Мура, ранее представленного графом на рис. 9. Так, тупиковое внутреннее состояние имеет в своей строке только одну непустую клетку, находящуюся на пересечении с соответствующим этому состоянию столбцом. Переходящее состояние, напротив, имеет аналогичную пустую единственную клетку только в своем столбце. Изолированные внутренние состояния подобную пустую клетку имеют только уже одну и на строку, и на столбец.

автоматов, реализующих некоторые частные функции, при абстрактном синтезе достаточно сложных цифровых устройств.

2.5. Формы представления абстрактных конечных автоматов и реальные автоматы

Все рассмотренные формы представления абстрактных автоматов находят самое широкое применение при описании реальных конечных автоматов. В простейших случаях эти формы используются практически в том же самом виде, в котором они были изложены выше. В более сложных случаях находят применение некоторые модификации этих форм. Большинство из них будет обсуждаться далее.

3. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АБСТРАКТНЫХ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

3.1. Эквивалентность конечных автоматов

Основным назначением конечных автоматов как дискретных преобразователей информации является преобразование по некоторому правилу любой входной последовательности сигналов, принадлежащей заданному классу, в выходную последовательность. Это преобразование (см. п. 1.2) может быть описано с помощью словарного (1.2) или алфавитного (1.3) и (1.4) преобразований. Первое из них содержит только две переменные – входную и выходную и в явном виде не представляет никаких внутренних свойств конечного автомата. Алфавитное преобразование кроме этих переменных включает в себя еще одну переменную – внутреннее состояние. Эта переменная (см. п. 1.2) некоторым образом формируется на основе изучения внешних свойств конечного автомата, т.е. изучения заданного правила преобразования входной последовательности в выходную.

Однако из текста п. 1.2 не следует, что формирование алфавита внутренних состояний и самой формы правил (1.3) и (1.4) алфавитного преобразования может быть осуществлено одним единственным образом. В частности, само существование конечных автоматов двух различных классов – Мура и Мили – с различающимися по структуре характеристическими функциями указывает на то, что выделение внутренних состояний может быть выполнено по крайней мере двумя различными способами. Очевидно, что процесс формирования

$S_x(t) \backslash S_x(t+1)$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	$y_j(t)$
S_1	$x_1 + x_2$	-	-	-	-	-	y_1
S_2	-	-	-	-	x_1	x_2	y_3
S_3	-	-	$x_1 + x_2$	-	-	-	y_1
S_4	x_2	-	-	-	-	x_1	y_2
S_5	x_1	x_2	-	-	-	-	y_1
S_6	x_2	x_1	-	-	-	-	y_3

Рис. 12. Матрица переходов для автомата Мура, заданного графом на рис. 9

Таблица 7

Матричное представление конечных автоматов при малом числе внутренних состояний может быть выполнено и в несколько иной форме. Матрица при этом преобразуется в вертикально развернутую таблицу, первые два столбца которой соответственно содержат текущее и последующее внутренние состояния. В третьем столбце содержатся условия перехода, записанного в строке. Пример такой таблицы (табл. 7), полученной из матрицы на рис. 10, приводится ниже.

Матричное представление конечных автоматов оказывается удобным для ряда процедур, основанных на различных формальных преобразованиях. В частности, эта форма представления плодотворно используется при композиции многофункциональных автоматов из

$S_x(t)$	$S_x(t+1)$	Условие
S_1	S_1	$x_1/y_1 + x_2/y_2$
S_1	S_2	-
S_1	S_3	x_2/y_1
S_2	S_1	x_2/y_2
S_2	S_2	x_3/y_2
S_2	S_3	x_1/y_1
S_3	S_1	x_3/y_1
S_3	S_2	$x_1/y_2 + x_2/y_1$
S_3	S_3	-

внутренних состояний как переменных алфавитного преобразования не должен затрагивать внешних свойств автомата, т.е. самого словарного преобразования.

Итак, среди автоматов с одинаковым внешним поведением, т.е. с одинаковыми словарными преобразованиями, могут быть автоматы с различающимися формами алфавитного преобразования, в частности характеризующимися различными алфавитами внутренних состояний. Тем не менее имеет смысл подобные автоматы называть эквивалентными. Определим это понятие полнее.

Два абстрактных конечных автомата будем считать эквивалентными, если выполняются следующие условия:

1. Входные алфавиты не содержат внутри себя тождественных или повторяющихся символов и могут быть взаимно-однозначно отображены друг на друга.
2. Выходные алфавиты аналогично входным также не содержат внутри себя тождественных или повторяющихся символов и могут быть взаимно-однозначно отображены друг на друга.
3. Оба автомата определены на одном и том же классе допустимых входных последовательностей символов (с учетом возможности записи этих последовательностей в терминах входных алфавитов каждого из автоматов).

4. При подаче на оба автомата одинаковых последовательностей символов (из числа допустимых) на их выходах появляются также одинаковые выходные последовательности (с учетом взаимно-однозначного соответствия между символами выходных алфавитов). Допускается, что выходные последовательности для каждого из рассматриваемых автоматов могут быть задержаны относительно входных на некоторое произвольное, но конечное число тактов автоматного времени. В этом случае выходной реакцией автомата в течение этого интервала задержки пренебрегают. Существенно, что у двух эквивалентных автоматов могут быть различные задержки.

В приведенных выше условиях 3 и 4 не оговаривается возможная длина входных последовательностей. Если она не ограничена, то говорят о полной эквивалентности автоматов. Если же достаточно сравнивать автоматы на последовательностях символов длиной не более чем в k символов, то говорят о k -эквивалентности автоматов. Естественно, что k -эквивалентность автоматов существенно слабее полной эквивалентности, так как k -эквивалентные автоматы могут уже оказаться не эквивалентными по отношению к последовательностям длиной в $k+1$ символ.

Введение понятия эквивалентности или k -эквивалентности автоматов позволяет ставить вопрос об оптимизации автомата на абстрактном уровне путем выбора из возможных автоматов того автомата, который будет обладать оптимальным по некоторому критерию алфавитным преобразованием. Наиболее часто ставится вопрос о минимизации размеров внутреннего алфавита, т.е. минимизации числа внутренних состояний. Процедура оптимизации необходимо требует наличия некоторых приемов эквивалентного преобразования автоматов на абстрактном уровне. Обычно эти приемы разделяются на две группы. В первую из них входят приемы, обеспечивающие эквивалентное преобразование автоматов Милли в автоматы Мура и обратно, во вторую — приемы преобразований внутри классов автоматов Милли и Мура. Познакомимся с некоторыми из них.

3.2. Эквивалентные преобразования автоматов Милли в автоматы Мура и обратно

Прежде чем обсуждать процедуры взаимного преобразования автоматов Милли и Мура, полезно рассмотреть одно различие в выполнении этими автоматами словарного преобразования. Это различие удобно обсудить на некотором примере.

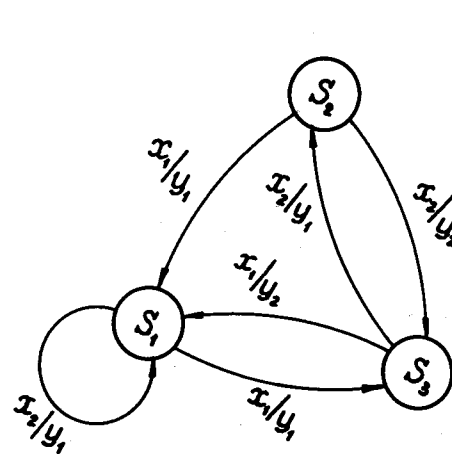


Рис. 13. Граф автомата Милли

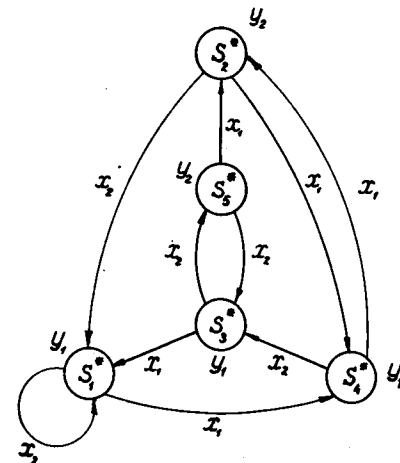


Рис. 14. Граф автомата Мура

Пусть автоматы Милли и Мура заданы своими графами, представленными соответственно на рис. 13 и 14. Положим, что начальные состояния этих автоматов, в которые они уста-

навливаются при первоначальном включении, будут для автомата Мили S_i и для автомата Мура S_i^* . Подадим на входы каждого из этих автоматов одно и то же слово $X_{z_1} = \{x_1, x_2, x_2, x_1, x_1, x_2, x_2, \dots\}$. Тогда процесс словарного преобразования может быть представлен соответствующими словами внутренних состояний и выходных символов, которые символ за символом могут быть получены из графов рассматриваемых автоматов.

Для автомата Мили эти слова будут расположены относительно входного слова в автоматном времени следующим образом:

моменты автоматного времени	- 1 2 3 4 5 6 7 8
входное слово	- $x_1 x_2 x_2 x_1 x_1 x_2 x_2 \dots$
слово внутренних состояний	- $S_1 S_3 S_2 S_3 S_1 S_3 S_2 S_3$
выходное слово	- $y_1 y_1 y_2 y_2 y_1 y_1 y_2 \dots$

Аналогично для автомата Мура:

моменты автоматного времени	- 1 2 3 4 5 6 7 8
входное слово	- $x_1 x_2 x_2 x_1 x_1 x_2 x_2 \dots$
слово внутренних состояний	- $S_1^* S_4^* S_3^* S_5^* S_2^* S_4^* S_3^* S_5^*$
выходное слово	- $y_1 y_1 y_1 y_2 y_2 y_1 y_1 y_2$

Из сравнения выходных последовательностей видно, что рассматриваемые автоматы в данном конкретном случае ведут себя одинаково с той, однако, разницей, что выходное слово автомата Мура сдвинуто на один такт относительно выходного слова автомата Мили. Выходной символ автомата Мура в момент времени подачи первого входного символа от него не зависит, как это и следует из определения алфавитного преобразования для автомата Мура см. [(1.6) и (1.7)].

Поэтому данный выходной символ игнорируется. В остальном автоматы ведут себя одинаково. С учетом этого различия, допускаемого при определении понятия эквивалентности автоматов, рассмотрим правила эквивалентного перехода от автомата Мили к автомату Мура и обратно.

3.2.1. Переход от автомата Мили к автомату Мура.

Рассмотрим фрагмент совмещенной таблицы переходов и выходов для автомата Мили, представленный на рис. 15. На рисунке для удобства дальнейших рассуждений отмечены моменты автоматного времени, для которых фиксируются значения соответствующих алфавитов. Как уже было показано выше, в автомате Мура выходной сигнал формируется на такт позже по сравнению с автоматом Мили. Поэтому выходной сигнал,

представленный на рис. 15 в клетке с координатами $x_i(t), S_k(t)$, в автомате Мура будет уже однозначно определяться будущим внутренним состоянием, т.е. $S_k^*(t)$. Таким образом, поведение автомата Мура, получаемого из заданного автомата Мили, будет характеризоваться парами $S_k^*(t+1), y_j(t)$, непосредственно содержащимися в клетках исходной таблицы для автомата Мили. Поскольку в такой таблице одним и тем же внутренним состоянием $S_k(t+1)$ могут в различных клетках соответствовать различные выходные сигналы, то одному и тому же внутреннему состоянию автомата Мили могут соответствовать несколько внутренних состояний автомата Мура, каждое из которых определяется парой $S_k^*(t+1), y_j(t)$. Отсюда следует правило перехода от автомата Мили к автомату Мура.

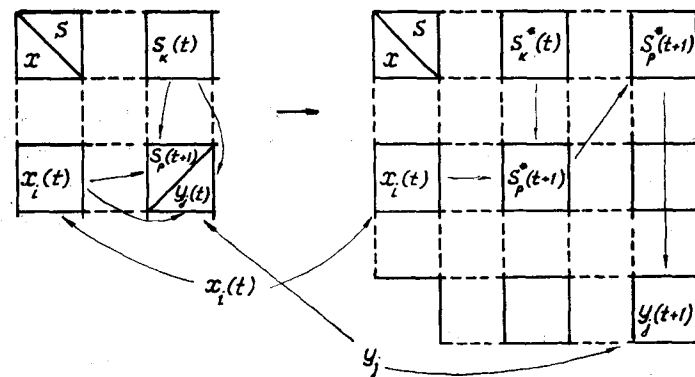


Рис. 15. К преобразованию автомата Мили в автомат Мура

Исходный автомат Мили представляется совмещенной таблицей переходов и выходов. Из этой таблицы выписывается список встречающихся в ее клетках пар S_k, y_j . Каждой паре ставится в соответствие символ внутреннего состояния автомата Мура S_j^* . Вся их совокупность образует алфавит внутренних состояний автомата Мура. После этого составляется таблица переходов автомата Мура с соответствующим числом строк (их столько же, сколько и у исходного автомата Мили) и столбцов (число их равно числу символов алфавита внутренних состояний, т.е. числу пар S_k, y_j). В клетках столбца, соответствующего состоянию S_k^* , т.е. паре S_k, y_j , проставляются те переходы S_k^* , которые ранее стояли в клетках столбца S_k таблицы автомата Мили в виде самих пар S_k, y_j . В

строке выходных сигналов для каждого s_k^* записывается сигнал, содержащийся в самой паре s_k, y_j .

Рассмотрим пример преобразования автомата Мили, представленного графом на рис. 13. Совмещенная таблица для такого автомата приводится ниже (табл. 8).

Таблица 8

x_i	s_k		
	s_1	s_2	s_3
x_1	s_3/y_1	s_1/y_1	s_1/y_2
x_2	s_1/y_1	s_3/y_2	s_1/y_1

Таблица 9

x_i	s_k^*				
	s_1^*	s_2^*	s_3^*	s_4^*	s_5^*
x_1	s_1^*	s_4^*	s_1^*	s_2^*	s_2^*
x_2	s_1^*	s_1^*	s_5^*	s_3^*	s_3^*
y_j	y_1	y_2	y_1	y_1	y_2

Из приведенной табл. 8 выписываются все пары s_k, y_j и каждой из них дается обозначение в виде символа внутренних состояний автомата Мура следующим образом:

$$s_1 y_1 \rightarrow s_1^*; s_1 y_2 \rightarrow s_2^*; s_2 y_1 \rightarrow s_3^*; s_3 y_1 \rightarrow s_4^*; s_3 y_2 \rightarrow s_5^*.$$

После этого строится таблица автомата Мура.

Нетрудно убедиться в том, что полученная табл. 9 описывает автомат, ранее представленный графом на рис. 14. Это означает, что рассмотренные ранее автоматы эквивалентны друг другу. Обнаруженное выше одинаковое преобразование заданного входного слова этими автоматами оказывается не случайным.

3.2.2. Переход от автомата Мура к автомату Мили. Для осуществления обратного перехода от автомата Мура к автомату Мили удобно воспользоваться представлением автомата Мура с помощью графа. Сущность преобразования заключается в том, что выходные сигналы, записываемые для автомата Мура около вершин графа, относятся ко всем дугам, идущим в эту вершину. Тем самым одновременно производится изменение момента автоматного времени, к которому относится сам выходной сигнал, на один такт вперед. В качестве примера такого преобразования может быть рассмотрен переход от автомата Мура, заданного графом на рис. 14. Получаемый граф теперь уже автомата Мили приводится на рис. 16. Заметим, что этот граф отличается от графа автомата Мили на рис. 13, хотя по смыслу выполненных преобразований это

должны быть графы эквивалентных автоматов. Однако во втором из них (граф этого автомата на рис. 16) число внутренних состояний больше. Уже этот пример говорит о необходимости рассмотрения методов минимизации числа внутренних состояний абстрактных автоматов. Эти методы обсуждаются ниже.

3.3. Минимизация числа внутренних состояний абстрактных автоматов

Сущность метода минимизации числа внутренних состояний некоторого исходного автомата заключается в разбиении всего его алфавита внутренних состояний на попарно не пересекающиеся классы эквивалентных состояний с заменой каждого класса эквивалентности одним состоянием. Получающийся в результате минимальный автомат имеет столько же состояний, на сколько классов эквивалентности разбивается все множество внутренних состояний заданного автомата.

Эквивалентными называются такие два состояния автомата, замена которых одно на другое не изменяет результатов словарного преобразования на всем множестве допустимых входных слов. Можно говорить как о полной эквивалентности внутренних состояний (для входных слов неограниченной длины), так и о k -эквивалентности состояний (для слов длиной в k символов). В дальнейшем классы эквивалентных и k -эквивалентных внутренних состояний будут соответственно обозначаться как \mathcal{T} и \mathcal{T}_k .

Процедура минимизации числа внутренних состояний абстрактного автомата состоит из следующих шагов:

1. Находятся последовательные разбиения $\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \dots, \mathcal{T}_k$ алфавита внутренних состояний на классы одно-, двух-, ..., k -эквивалентных состояний, до тех пор, пока на каком-то $k+1$ -м шаге не окажется, что $\mathcal{T}_{k+1} = \mathcal{T}_k$. Очевидно, что при достижении этого тождества можно утверждать, что $\mathcal{T}_k = \mathcal{T}$, т.е. что k -эквивалентные состояния являются полностью эквивалентными. Нетрудно увидеть, что число шагов этой про-

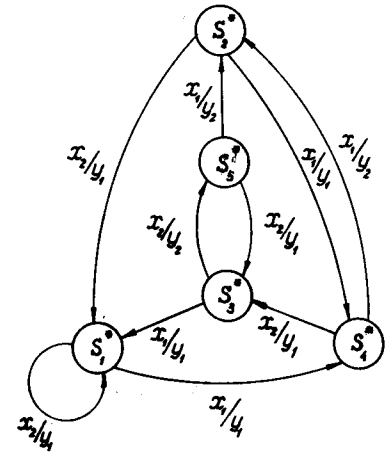


Рис. 16. Граф автомата Мили, полученного из автомата Мура, заданного графом на рис. 14

дедуры не может превысить значения $l - 1$, где l - размеры алфавита внутренних состояний автомата.

2. В каждом классе эквивалентности \mathcal{P} выбирается по одному символу, которые и составляют новый алфавит внутренних состояний минимизированного автомата.

3. Таблицы выходов и переходов минимизированного автомата получаются из таблиц исходного автомата путем вычеркивания столбцов с состояниями, не вошедшими в минимизированный алфавит, и замены в оставшихся столбцах внутренних состояний исходного автомата эквивалентными им состояниями минимизированного автомата.

4. В качестве начального состояния автомата выбирается или начальное состояние исходного автомата, или любое ему эквивалентное.

Рассмотрим пример минимизации автомата Милл, заданного совмещенной таблицей переходов и выходов (табл. 10).

Таблица 10

\mathcal{X}_i	S_k											
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}
\mathcal{X}_1	S_0 / y_1	S_2 / y_1	S_3 / y_2	S_4 / y_2	S_5 / y_1	S_7 / y_2	S_8 / y_1	S_{10} / y_1	S_7 / y_2	S_1 / y_2	S_5 / y_2	S_2 / y_2
\mathcal{X}_2	S_5 / y_2	S_7 / y_2	S_8 / y_1	S_{11} / y_1	S_9 / y_2	S_{11} / y_1	S_8 / y_2	S_4 / y_2	S_8 / y_1	S_8 / y_2	S_9 / y_1	S_8 / y_1

Класс \mathcal{P}_1 выделяется из табл. 10 путем объединения тех внутренних состояний, которые характеризуются одинаковой реакцией на слова длиной в один символ. Заметим, что в понятие реакции входит только выходной сигнал, поскольку основным назначением автомата является осуществление словарного преобразования. Для класса \mathcal{P}_1 выполняются: $\mathcal{P}_1 = \{S_1, S_2\}$; $S_1^1 = \{S_1, S_2, S_5, S_7, S_8\}$; $S_2^1 = \{S_3, S_4, S_6, S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}\}$.

Строим таблицу \mathcal{P}_1 (табл. 11), получая ее из совмещенной таблицы заменой символов исходного алфавита внутренних состояний на классы 1-эквивалентности.

Очевидно, что любая пара 1-эквивалентных состояний будет и 2-эквивалентна, если они любым входным сигналом будут переводиться в 1-эквивалентные. Практически это означает, что 2-эквивалентными будут те состояния, которые, уже входя в тот или иной класс эквивалентности, в данной

таблице имеют одинаковые столбцы. Тогда по табл. 11 для класса \mathcal{P}_2 получаем: $\mathcal{P}_2 = \{S_1^2, S_2^2, S_3^2, S_4^2\}$; $S_1^2 = \{S_1, S_2\}$, $S_2^2 = \{S_5, S_7, S_8\}$; $S_3^2 = \{S_3, S_4, S_6, S_9, S_{11}\}$; $S_4^2 = \{S_{10}, S_{12}\}$.

Таблица 11

\mathcal{X}_i	S_k, S_p^1											
	S_1^1						S_2^1					
	S_1	S_2	S_5	S_7	S_8	S_3	S_4	S_6	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}
\mathcal{X}_1	S_1^1	S_2^1	S_2^1	S_2^1	S_2^1	S_1^1	S_1^1	S_1^1	S_1^1	S_1^1	S_1^1	S_1^1
\mathcal{X}_2	S_1^1	S_1^1	S_2^1	S_2^1	S_2^1	S_2^1	S_2^1	S_2^1	S_2^1	S_2^1	S_2^1	S_2^1

Таблица 12

\mathcal{X}_i	S_k, S_p^2											
	S_1^2			S_2^2			S_3^2			S_4^2		
	S_1	S_2	S_5	S_7	S_8	S_3	S_4	S_6	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}
\mathcal{X}_1	S_1^2	S_2^2	S_3^2	S_3^2	S_4^2	S_2^2	S_2^2	S_2^2	S_2^2	S_2^2	S_2^2	S_2^2
\mathcal{X}_2	S_2^2	S_2^2	S_3^2	S_3^2	S_3^2	S_3^2	S_3^2	S_3^2	S_3^2	S_3^2	S_3^2	S_3^2

Таблица 13

\mathcal{X}_i	S_k, S_p^3											
	S_1^3			S_2^3			S_3^3			S_4^3		
	S_1	S_2	S_5	S_7	S_8	S_3	S_4	S_6	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}
\mathcal{X}_1	S_1^3	S_2^3	S_2^3	S_2^3	S_1^3	S_3^3	S_3^3	S_3^3	S_3^3	S_3^3	S_3^3	S_3^3
\mathcal{X}_2	S_2^3	S_2^3	S_4^3	S_4^3	S_4^3	S_4^3	S_4^3	S_4^3	S_4^3	S_4^3	S_4^3	S_4^3

Продолжая аналогичную процедуру и далее, соответственно получим класс эквивалентности \mathcal{T}_3 . Таблицы для всех

Таблица 14

x_i	S_k				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
x_1	S_1/y_1	S_2/y_1	S_3/y_1	S_4/y_2	S_5/y_2
x_2	S_1/y_2	S_2/y_2	S_3/y_2	S_4/y_1	S_5/y_1

этих классов: для \mathcal{T}_2 - табл. 12, для \mathcal{T}_3 - табл. 13. Из табл. 14 видно, что $\mathcal{T}_3 = \mathcal{T}$, откуда можно составить совмещенную таблицу уже минимизированного автомата (табл. 14).

Используя рассмотренную процедуру по отношению к автомату, представленному графом на рис. 16, легко показать, что этот автомат после минимизации полностью переходит в автомат, граф

которого помещен на рис. 13.

Аналогичную процедуру минимизации можно провести и для автомата Мура.

4. СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

4.1. Задачи структурного синтеза конечных автоматов

Под структурным синтезом конечных автоматов мы будем понимать построение реальных двоичных цифровых устройств, реализующих функции заданных абстрактных конечных автоматов. При этом мы будем полагать, что такие вопросы, как минимизация количества внутренних состояний абстрактного автомата и двоичное кодирование входного и выходного алфавита, уже решены.

При построении реальных цифровых автоматов допускается применение всего набора логических элементов и устройств, выпускаемых промышленностью в настоящее время - от единичных переключателей до микропроцессоров. Тем не менее, состояние современной теории позволяет решать задачи структурного синтеза лишь на двух низших уровнях, либо на уровне элементарных логических элементов (комбинационные логические схемы, триггерные схемы), либо на уровне операционных логических устройств (регистры, сумматоры, счетчики, дешифраторы и др.). В предлагаемом пособии мы ограничимся синтезом на уровне логических элементов, оставив вопросы операционного синтеза для последующего рассмотрения.

Как правило, для построения цифровых устройств используются двоичные триггеры, число внутренних устойчивых состояний которых равно двум. Поскольку число два является минимальным количеством внутренних состояний, триггерные схемы рассматриваются как наипростейшие элементы памяти и называются элементарными автоматами.

Таким образом, задача структурного синтеза на уровне логических схем сводится к построению автоматов из элементарных автоматов и комбинационных схем и установлению связей между ними.

Исходной информацией для структурного синтеза является таблица переходов и выходов, которая однозначно описывает поведение синтезируемого автомата. Таблица указывает, каково общее количество внутренних состояний автомата, как эти состояния переходят друг в друга под воздействием входных сигналов и каким образом по состояниям автомата и входным сигналам формируются выходные сигналы.

Структурный синтез начинается с двоичного кодирования внутренних состояний автомата, что выражается в установлении взаимно-однозначного соответствия между состояниями автомата и комбинациями состояний элементарных автоматов.

Двоичное кодирование позволяет поведение синтезируемого автомата, первоначально заданного таблицей перехода и выхода, описать в терминах двузначной логики, т.е. знакомых нам выражениях булевой алгебры. В качестве таких выражений используются функции внешнего перехода элементарного автомата, определяющие изменение состояний каждого из элементарных автоматов в зависимости от изменения состояния всех элементарных автоматов (включая рассматриваемый) и приходящих на автомат входных сигналов. Слово "внешний" подчеркивает тот факт, что функционирование элементарного автомата в синтезируемой структуре зависит не только от его собственного состояния, но и от состояния других элементарных автоматов, входящих в эту структуру.

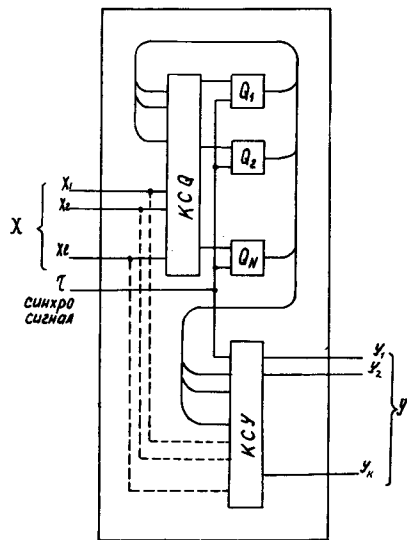
Функции внешних переходов зависят от выбранного способа кодирования внутренних состояний синтезируемого автомата. Поэтому следует предположить существование некоторого оптимального кодирования, приводящего к наипростейшим формам представления этих функций.

Чтобы каждый элементарный автомат работал в соответствии со своей функцией внешних переходов, необходимо, чтобы на его входы приходили строго определенные управляющие сигналы. Эти сигналы формируются по логическим выражениям, которые называются функциями возбуждения элементарного автомата.

Функции возбуждения зависят не только от функции внешних переходов рассматриваемого элементарного автомата, но и от его собственного, внутреннего функционирования. Естественно, что для разных типов элементарных автоматов следует формировать разные функции возбуждения. Отсюда возникает задача оптимального выбора типа (или типов) элементарных автоматов, приводящего к наипростейшей форме выражений для функций возбуждения и требующего минимальных затрат для их реализации.

Двоичное кодирование внутренних состояний абстрактного автомата позволяет также решить задачу формирования выходных сигналов синтезируемого устройства. Для этого функция выхода, заданная таблицей выхода, преобразуется к системе комбинационных логических выражений, описывающих двоичные выходные сигналы как функции входных сигналов автомата и состояний составляющих его элементарных автоматов. Слож-

ность этих логических выражений зависит от способа кодирования, поэтому и здесь можно говорить об оптимальности кодирования внутренних состояний автомата.



4.2. Блок-схема автомата

Обобщенная блок-схема автомата изображена на рис. 17. Автомат перерабатывает последовательность входных параллельных кодов X разрядности l в последовательность выходных параллельных кодов разрядности k . В принципе по такой схеме могут быть построены любые цифровые устройства от делителей частоты и счетчиков

Рис. 17. Блок-схема автомата

до универсальных ЦВМ; они будут отличаться лишь количеством элементарных автоматов N и сложностью комбинационных устройств, формирующих функции возбуждения элементарных автоматов $КСА$ функции выходов $КСУ$.

Тем не менее, при решении практических задач трудоемкость обработки логических выражений резко возрастает с увеличением числа входящих в эти выражения переменных, по-

тому при ручном проектировании рекомендуется ограничивать количество переменных шестью-восьмью. Это замечание позволяет оценить верхнюю границу сложности синтезируемого вручную цифрового автомата, еще допускающей известные нам топологические методы оптимизации структуры: "сумма числа элементарных автоматов и разрядности входного двоичного кода не должна превышать восьми", т.е.

$$N + l \leq 8. \quad (4.1)$$

Увеличение разрядности выходного кода практически не увеличивает сложность проектирования автомата, поэтому на количество двоичных выходов, как правило, никаких ограничений не накладывается. Иногда синтезируемый автомат еще на этапе абстрактного синтеза удается разбить на несколько под-автоматов. В этом случае каждый из подавтоматов рассматривается как самостоятельное устройство и синтезируется отдельно, что значительно упрощает и ускоряет процедуру проектирования всего автомата в целом.

Синтезируемый автомат может строиться и как автомат Мура, и как автомат Мили. В последнем случае входные сигналы непосредственно участвуют в формировании выходного кода (пунктирные линии рис. 17). Как было указано в разд. 1.3, автоматы могут быть построены либо по синхронному, либо по асинхронному принципу. Как правило, все входные сигналы задаются в логике уровней, поэтому "синхронность" (или "асинхронность") автомата определяется заданием автоматного времени, т.е. характером реакции автомата на входной сигнал.

В асинхронных автоматах изменение входного сигнала однозначно приводит к изменению входной логической переменной, определяющей этот сигнал; в синхронных автоматах входная логическая переменная определена лишь в интервалах действия синхронизирующих импульсов T , поэтому ее изменение в отсутствие синхронизирующих импульсов не учитывается. Это обстоятельство заставляет по-разному интерпретировать одни и те же входные сигналы, как это демонстрируется рис. 18. Так, для синхронного автомата двоичный входной сигнал интерпретируется словом 0110001, а для асинхронного - 0101010. В асинхронных автоматах сигналы элементарных автоматов Q_1, Q_2, \dots, Q_N изменяются относительно изменения входных переменных с некоторой задержкой, определяемой переходными процессами в реальных элементах, составляющих цепочку прохождения сигнала от входа комбинационной схемы $КСА$ до выхода элементарных автоматов.

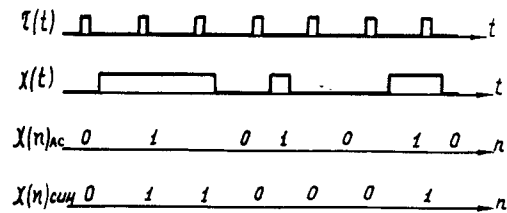


Рис. 18. Интерпретация входного сигнала автомата

Эта задержка в принципе не может быть нормирована, поэтому в асинхронных автоматах каждому изменению входного сигнала соответствует два, в общем случае, разных значения сигналов обратной связи Q_1, Q_2, \dots, Q_N , которые должны формировать одни и те же функции возбуждения элементарных автоматов. Чтобы разброс в скорости срабатывания элементарных автоматов не приводил к нарушению детерминированности переходов, два соседних по изменению состояний автомата должны различаться состоянием лишь одного элементарного автомата [4]. Это требование накладывает жесткие ограничения на характер кодирования внутренних состояний автомата и заставляет применять большое количество элементарных автоматов; в пределе их количество может быть равно числу внутренних состояний синтезируемого автомата. В ряде случаев такое усложнение автомата окупается достижением максимального быстродействия устройства.

В синхронных автоматах выходные сигналы элементарных автоматов изменяются в промежутках между синхронизирующими импульсами и остаются постоянными в интервалах опроса входных сигналов синхросигналами. Это обстоятельство обеспечивает устойчивую работу автомата при изменении состояния любого числа элементарных автоматов (не нарушается детерминированность его переходов), что снимает ограничения на кодирование внутренних состояний и позволяет использовать все комбинации состояний элементарных автоматов. Таким образом, количество элементарных автоматов N , необходимых для формирования m внутренних состояний, определяется как ближайшее большее целое от $\log_2 m$:

$$N = \lceil \log_2 m \rceil_{Б.Б.Ц.} \quad (4.2)$$

Хотя синхронные автоматы обладают меньшим быстродействием, чем асинхронные, они получили большее распростра-

нение в силу их простоты, меньшей чувствительности к скорости изменения входных сигналов и не критичности к временным характеристикам составляющих их логических элементов.

В предлагаемом пособии рассматриваются вопросы структурного синтеза только для синхронных автоматов; синтезу асинхронных автоматов – вопросу, теоретически очень сложному – авторы предполагают посвятить специальный выпуск.

4.2.1. Элементарные автоматы и их свойства. Теория автоматов определяет элементарный автомат как некоторое устройство с памятью, имеющее два устойчивых состояния и обладающее полнотой переходов и выходов.

Полнота переходов элементарного автомата определяется наличием хотя бы одного входного сигнала, который переводит автомат из одного состояния в другое. При задании элементарного автомата в виде графа это требование приводит к тому, что обе вершины графа оказываются переменными и ни одна из них не является тупиковой или переходящей. Полнота выходов элементарного автомата означает, что его внутренние состояния должны быть различимы и проявлять себя в выходных сигналах. Другими словами, в элементарном автомате двум разным внутренним состояниям всегда соответствует два разных выхода их сигнала. Это означает, что формирование выходного сигнала осуществляется по внутреннему состоянию, т.е. элементарный автомат является автоматом Мура.

В качестве элементарных автоматов мы будем использовать разновидности триггерных схем, отличающиеся друг от друга как количеством входов, так и способом функционирования. Все триггеры являются автоматами Мура и удовлетворяют условию полноты переходов и выходов. Отметим некоторые общие положения, связанные с описанием этих триггеров:

- а) внутреннее состояние триггера обозначается буквой Q ; при $Q = 1$ мы будем говорить о "единичном состоянии триггера", при $Q = 0$ – о "нулевом состоянии триггера";
- б) выходной сигнал триггера повторяет его внутреннее состояние и поэтому обозначается той же буквой Q ;
- в) триггер имеет парафазный выход, формирующий сигналы Q и \bar{Q} ;
- г) триггер является синхронным элементарным автоматом; синхроимпульсы поступают на вход, обозначаемый буквой C ;
- д) сигнальные входы триггера принято делить на установочные и рабочие. Установочные сигналы подаются помимо комбинационной схемы формирования функций возбуждения

KCQ и служат для установки триггера в исходное состояние (нулевое или единичное). Принято установочные сигналы обозначать через R_d (установка в "0") и S_d (установка в "1").

Рабочие сигналы формируются на KCQ и изменяют состояние триггера в процессе формирования выходного сигнала автомата; они обозначаются буквами D, T, R, S, J, K ;

е) классификацию триггеров осуществляют по числу рабочих сигналов.

Поскольку триггеры являются элементарными автоматами, к ним применимы общие методы задания автоматов - табличный, графический и матричный. При этом можно интересоваться только функцией перехода триггера, поскольку двоичный выходной сигнал всегда совпадает с его внутренним состоянием. В отличие от автоматов с многими внутренними состояниями триггер, как двоичный элемент, имеет аналитическое выражение для функции перехода, записываемое в терминах булевой алгебры.

Рассмотрение триггеров мы начнем с их простейших модификаций - триггеров с одним входом. Таких триггеров два: D - триггер и T -триггер.

D - триггер (от английского *delay* - задержка) формирует выходной сигнал, логически совпадающий с входным сигналом, но задержанный относительно последнего на один период синхроимпульсов. На рис. 19 представлено графическое изображение триггера (а) и отображена его работа в виде таблицы переходов (б), графа (в) и матрицы переходов (г). При построении учитывалось свойство D - триггера: последующее состояние триггера $Q(n+1)$ всегда совпадает со значением его входного сигнала $D(n)$. Для определения аналитического выражения функции перехода можно воспользоваться таблицей перехода, рассматривая ее как матричное представление таблицы истинности для $Q(n+1)$. Выписывая функцию по единицам, получаем ее СДНФ:

$$Q(n+1) = D(n)\bar{Q}(n) + D(n)Q(n) = D(n). \quad (4.3)$$

При рациональном кодировании матричной таблицы истинности ее можно интерпретировать как диаграмму Карно и использовать для минимизации функции перехода. Нетрудно видеть, что для нашего случая можно получить минимальную форму искомой функции в виде $Q(n+1) = D(n)$.

Другим одноходовым триггером является T -триггер (от английского *trigger* - пусковое устройство, триггер); в T -триггере входной сигнал, равный единице, изменяет его пре-

дыдущее состояние на противоположное, а нулевое значение входного сигнала сохраняет его предыдущее состояние. Описание T -триггера представлено на рис. 20, функция перехода определяется по таблице переходов как

$$Q(n+1) = Q(n)\bar{T}(n) + \bar{Q}(n)T(n). \quad (4.4)$$

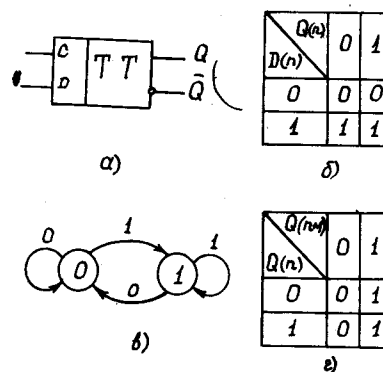


Рис. 19. D - триггер:

а - условное обозначение; б - таблица переходов; в - граф переходов; г - матрица переходов

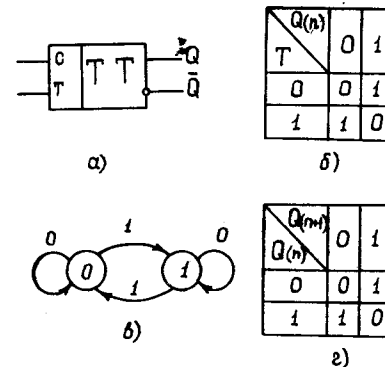


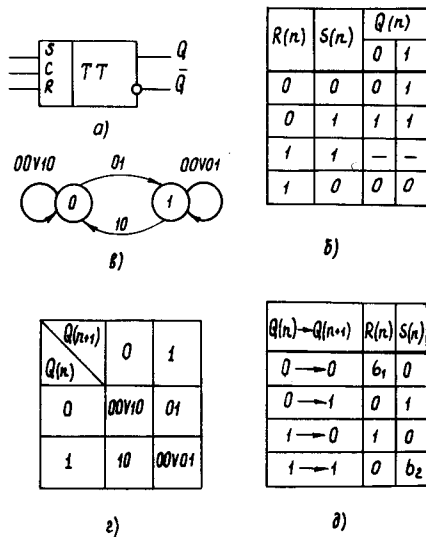
Рис. 20. T - триггер:

а - условное обозначение; б - таблица переходов; в - граф переходов; г - матрица переходов

Перейдем теперь к рассмотрению триггеров с двумя входами. Принято обозначать один из входов через S (от английского *set* - установка) и называть его S - входом или входом установки в "1", а другой - через R (от английского *reset* - возврат) и называть его R - входом или входом установки в "0".

Общим свойством всех двухходовых триггеров является их реакция на раздельное единичное воздействие их входных сигналов R и S . Так, при $R=1$ и $S=0$ триггер вне зависимости от его предыдущего состояния всегда переводится в нулевое состояние, а при $S=1$, $R=0$ - в единичное состояние. Условие $R=0$, $S=0$ соответствует отсутствию каких-либо переключающих сигналов, поэтому триггер сохраняет свое предыдущее состояние. Таким образом, двухходовые триггеры могут различаться своей реакцией на одновременное единичное воздействие их входных сигналов, когда $R=1$ и $S=1$. Это их свойство и положено в основу классификации двухходовых триггеров. Мы рассмотрим пять модификаций таких триггеров - триггеры $R-S$, R , S , E и $J-K$ типа.

В $R-S$ - триггере комбинация входных сигналов $R=1$, $S=1$ считается недопустимой и переход при такой комбинации не определен. Поэтому $R-S$ - триггер должен рассматриваться как частичный автомат, функции перехода которого выражаются не полностью определенными логическими функциями.



На рис. 21 представлено графическое изображение триггера и его описание во всех известных нам формах. При построении таблицы переходов кодирование строк осуществлялось аналогично кодированию строк диаграммы Карно, что позволило сразу, по таблице, получить аналитические выражения функции перехода

Для каждого из переходов входные сигналы могут принимать одно из трех значений - единичное, нулевое или неопределенное. Неопределенность значения означает, что переход может произойти как при нулевом, так и при единичном значении входного сигнала.

Рис. 21. $R-S$ - триггер: а - условное обозначение; б - таблица переходов; в - граф переходов; г - матрица переходов

$$Q(n+1) = S(n) + Q(n)\bar{R}(n); \quad (4.5)$$

$$Q(n+1) = \bar{R}(n)[S(n) + Q(n)]. \quad (4.5a)$$

Матрица переходов построена по принципам, изложенным в разд. 2.4, однако такое представление не совсем удобно, поскольку оно не определяет значения двоичных входных сигналов R и S индивидуально. Поэтому перейдем к табличному представлению матрицы, где каждая строка соответствует одному из переходов, а столбцы - значениям двоичных входных сигналов на переходах. В общем виде для двухвходового триггера такая матрица - таблица принимает вид рис. 22.

Для каждого из переходов входные сигналы могут принимать одно из трех значений - единичное, нулевое или неопределенное. Неопределенность значения означает, что переход может произойти как при нулевом, так и при единичном значении входного сигнала.

Переход Q(n) → Q(n+1)	Вход. сигн.	
	R(n)	S(n)
0 → 0	b_{00}^R	b_{00}^S
0 → 1	b_{01}^R	b_{01}^S
1 → 0	b_{10}^R	b_{10}^S
1 → 1	b_{11}^R	b_{11}^S

Рис. 22. Табличное представление матрицы переходов

Неопределенные коэффициенты матрицы могут быть независимыми и зависимыми. Независимость неопределенных коэффициентов предполагает, что их значение можно выбирать независимо от значений других коэффициентов, что нельзя сказать о зависимых коэффициентах. Неопределенные коэффициенты разных строк принадлежат разным переходам и всегда независимы, коэффициенты одной строки всегда зависимы. Принято для независимых коэффициентов использовать разные индексы, для зависимых - одинаковые, а характер зависимости обозначать специальными символами.

Табличная форма матрицы перехода $R-S$ - триггера изображена на рис. 21, д. Для переходов $0 \rightarrow 1$ и $1 \rightarrow 0$ значения входных сигналов однозначно определены, в то время как для переходов $0 \rightarrow 0$ и $1 \rightarrow 1$ появляются неопределенные коэффициенты. Действительно, сохранение нулевого состояния триггера происходит при любом значении сигнала установки в "0" (R - сигнале), а сохранение единичного состояния - при любом значении сигнала установки в "1" (S - сигнале).

Для упрощения процедуры определения входных сигналов на переходе $\alpha \rightarrow \beta$ можно рекомендовать построение некоторой логической функции $X_{\alpha\beta}$, единичное значение которой вызывает этот переход. Для триггеров с одним входом эта функция вырождается в переменное, если переход происходит при его единичном значении, и в отрицание переменного - при нулевом.

Для триггеров с двумя входами функция $X_{\alpha\beta}$ дизъюнктивно связывает все наборы входных переменных, вызывающих переход $\alpha \rightarrow \beta$.

К примеру, для перехода $0 \rightarrow 0$ имеем $X_{00} = \bar{R}\bar{S} + R\bar{S} = \bar{S}$, откуда видно, что переход осуществляется при $S=0$ и от переменной R не зависит ($R = \bar{b}_1$).

В S - триггере комбинация $R=1$; $S=1$ переводит триггер в единичное состояние. Отсюда и его название - сигнал установки в единицу (S - сигнал) всегда подавляет сигнал установки в ноль (R - сигнал).

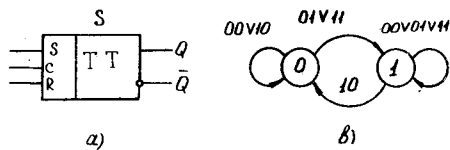
Описание S - триггера приведено на рис. 23. Поскольку ГОСТ не предусматривает специального обозначения для триггеров S -, R - и E - типа, мы будем пользоваться графическим изображением $R-S$ - триггера с соответствующей буквой над ним. Из таблицы переходов получаем

$$Q(n+1) = S(n) + Q(n)\bar{R}(n) = [S(n) + \bar{R}(n)][S(n) + Q(n)]. \quad (4.6)$$

В отличие от предыдущего случая дизъюнктивная и конъюнктивная формы $Q(n+1)$ эквивалентны, поскольку они

отображают функцию перехода полностью определенного элементарного автомата.

Для построения матрицы перехода определим значения



вспомогательной функции:
 переход $0 \rightarrow 0$; $X_0 = \bar{R}\bar{S} + R\bar{S} = \bar{S}$, откуда $S = 0$; $R = 0$;
 переход $0 \rightarrow 1$; $X_{01} = \bar{R}S + RS = S$, откуда $S = 1$; $R = 0$;
 переход $1 \rightarrow 1$; $X_{11} = \bar{R}\bar{S} + \bar{R}S + RS = \bar{R} + S$.

$R(n)$	$S(n)$	$Q(n)$	
		0	1
0	0	0	1
0	1	1	1
1	1	1	1
1	0	0	0

$Q(n) \rightarrow Q(n+1)$	$R(n)$	$S(n)$
$0 \rightarrow 0$	b_1	0
$0 \rightarrow 1$	b_2	1
$1 \rightarrow 0$	1	0
$1 \rightarrow 1$	b_3	b_3^*

Полученное выражение для X_{11} говорит о том, что и R и S могут быть выражены неопределенными, но обязательно зависимыми друг от друга коэффициентами. Так, сигнал S может принимать произвольное значение при $R = 0$, а сигнал R — при $S = 1$.

Рис. 23. S-триггер: а — условное обозначение; б — таблица переходов; в — граф переходов; г — матрица переходов

1 \rightarrow 1 значение X_{11} должно оставаться равным единице, имеем

$$X_{11} = \bar{R} + S = \bar{b}_3 + b_3^* \equiv 1. \quad (4.7)$$

В R-триггере сигнал R подавляет сигнал S, поэтому комбинация $\bar{R} = 1, S = 1$ переводит триггер в нулевое состояние. Анализ этого типа триггера во многом напоминает анализ S-триггера, поэтому мы его опускаем и приводим функцию перехода сразу в ее аналитической форме:

$Q(n) \rightarrow Q(n+1)$	R_{TP}		E_{TP}	
	$R(n)$	$S(n)$	$R(n)$	$S(n)$
$0 \rightarrow 0$	b_1^*	b_1	b_1^*	b_1
$0 \rightarrow 1$	0	1	0	1
$1 \rightarrow 0$	1	b_2	1	0
$1 \rightarrow 1$	0	b_3	b_2	b_2^*

$$Q(n+1) = \bar{R}(n)[S(n) + Q(n)]. \quad (4.8)$$

В E-триггере (от английского equal — равный) комбинация $R = 1, S = 1$ сохраняет предыдущее состояние триггера, сигналы R и S эквивалентны по силе друг другу и их действие компенсируется. Функция перехода E-триггера принимает вид

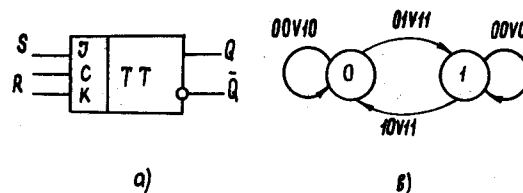
$$Q(n+1) = \bar{R}(n)S(n) + Q(n)\bar{R}(n) + Q(n)S(n). \quad (4.9)$$

Рис. 24. Матрицы переходов R- и E-триггеров

Матрицы переходов R- и E-триггеров приведены на рис. 24, значения неопределенных коэффициентов определены из выражения (4.7).

В J-K-триггере комбинация $R = 1, S = 1$ изменяет его состояние на противоположное. Свое название триггер J-K-типа получил от имени изобретателя счетного триггера Jordan (1919 г.) (нелишне заметить, что идея построения триггера на год раньше была предложена М.А. Бонч-Бруевичем).

Триггер J-K-типа называют еще универсальным триггером, поскольку он совмещает в себе свойства R-S- и T-триггеров. Учитывая особое положение J-K-триггера среди других триггеров, принято его R вход обозначать буквой K, а S — буквой J. Соответственно изменяется маркировка входных сигналов. J-K-триггер обладает замечательным свойством: все неопределенные коэффициенты его матрицы переходов независимы. Это, как правило, обеспечивает дополнительные резервы минимизации функций возбуждения и приводит к наипростейшим схемным реализациям.



$R(n)$	$S(n)$	$Q(n)$	
		0	1
0	0	0	1
0	1	1	1
1	1	1	0
1	0	0	0

$Q(n) \rightarrow Q(n+1)$	$R(n)$	$S(n)$
$0 \rightarrow 0$	b_1	0
$0 \rightarrow 1$	b_2	1
$1 \rightarrow 0$	1	b_3
$1 \rightarrow 1$	0	b_4

Рис. 25. J-K-триггер: а — условное обозначение; б — таблица переходов; в — граф переходов; г — матрица переходов

Графическое изображение триггера и его задание представлено на рис. 25. По таблице переходов получаем

$$Q(n+1) = Q(n) \cdot \bar{K}(n) + \bar{Q}(n) J(n). \quad (4.10)$$

В теории автоматов часто рассматривают трехвходовый триггер R-S-T-типа. Однако в связи с разработкой и внедрением J-K-триггеров применение R-S-T-триггера в реальных схемах практически сведено к нулю.

4.2.2. Обобщенная логическая схема элементарного автомата. Все рассмотренные нами триггерные схемы могут как выполняться в виде единых интегральных схем, так и собираться из набора логических элементов. В качестве примера на рис. 26 изображена обобщенная логическая схема триггера на элементах И-ИЛИ-НЕ. Индивидуальные свойства триггера задаются комбинационной схемой формирования сигналов возбуждения левого потенциального $R-S$ -триггера.

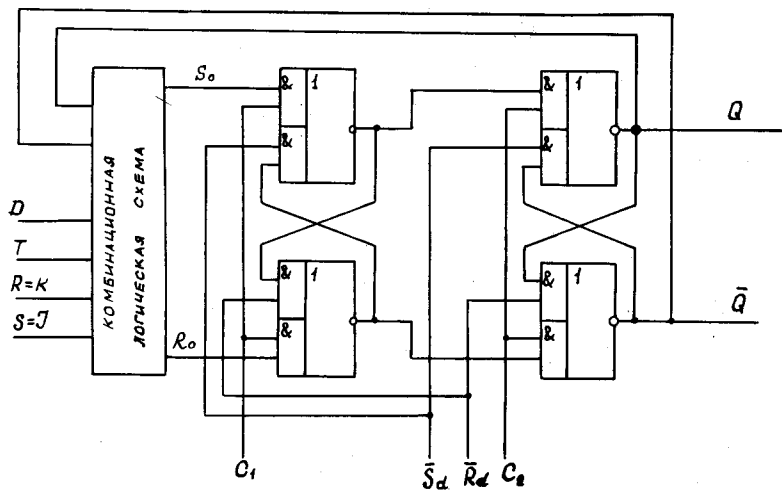


Рис. 26. Обобщенная схема триггера

Для определения структуры логической комбинационной схемы достаточно работу каждого из триггеров выразить в терминах функционирования $R-S$ -триггера и представить S_0 и R_0 как функции D, T, R, S, J, K, Q :

$$\begin{aligned}
 D \text{ - триггер} & \quad S_0 = D; \quad R_0 = \bar{D} \\
 T \text{ - триггер} & \quad S_0 = T\bar{Q}; \quad R_0 = TQ \\
 R-S \text{ - триггер} & \quad S_0 = S; \quad R_0 = R \\
 S \text{ - триггер} & \quad S_0 = S; \quad R_0 = R\bar{S} \\
 R \text{ - триггер} & \quad S_0 = S\bar{R}; \quad R_0 = R \\
 E \text{ - триггер} & \quad S_0 = S\bar{R}; \quad R_0 = R\bar{S} \\
 J-K \text{ - триггер} & \quad S_0 = J\bar{Q}; \quad R_0 = KQ
 \end{aligned}$$

Работа триггера синхронизируется двумя последовательностями импульсов C_1 и C_2 , обеспечивающими двухтактность его работы; установка триггера в исходное состояние осуществляется сигналами R_d (уст. "0") и S_d (уст. "1").

4.2.3. Комбинационные схемы автомата. Комбинационные схемы автомата (KCA и KCY) могут быть выполнены на любом функционально полном наборе логических элементов. Элементы должны обладать достаточным быстродействием с тем, чтобы переходные процессы в схемах гарантированно заканчивались к приходу следующего синхронизирующего импульса.

4.3. Кодирование таблиц переходов

Как уже было сказано, кодирование внутренних состояний автомата (и, следовательно, его таблицы перехода) заключается в установлении соответствия между состояниями автомата и двоичными кодами состояний элементарных автоматов. Выбор того или иного варианта кодирования не изменяет закона внешнего функционирования автомата, но значительно влияет на сложность функций возбуждения его элементарных автоматов. Предполагают, что для всех типов триггеров простота их функций возбуждения определяется простотой функций внешних переходов, поэтому задачу оптимального кодирования определяют как задачу минимизации системы логических функций внешних переходов.

В настоящее время задача оптимального кодирования в общем виде еще не решена. В [4] приводятся алгоритмы кодирования, обеспечивающие получение функций перехода, близких к минимальным, однако эти алгоритмы настолько сложны, что не укладываются в объеме предлагаемого пособия.

Рассмотрим приемы, позволяющие в некотором отношении оптимизировать кодирование таблиц переходов.

1. Кодирование осуществляется посредством таблиц кодирования, общий вид которых представлен на рис. 27. Значение a_{ij} можно выбирать равным либо 0, либо 1, но так, чтобы двоичные коды состояний автомата были различимы. Для синхронных автоматов количество элементарных автоматов N определяется выражением (4.2). Если число внутренних со-

Состояние автомата	Состояние элементарных автоматов		
	Q_1	Q_2	Q_n
a_1	b_{11}	b_{12}	b_{1n}
a_2	b_{21}	b_{22}	b_{2n}
a_n	b_{n1}	b_{n2}	b_{nn}

Рис. 27. Таблица кодирования

стояний равно целой степени числа 2, то при кодировании будут использованы все N -разрядные двоичные коды, в противном случае - только часть из них.

2. Для минимизации функций перехода можно рекомендовать такой способ кодирования, при котором переходы элементарных автоматов из одного состояния в другое зависят бы от минимального числа других элементарных автоматов. Отсюда соседние по переходу состояния целесообразно кодировать минимально отличающимися друг от друга кодами, например соседними значениями циклического кода.

3. Степень оптимальности кодирования оценивается по конфигурации диаграмм Карно, описывающих функции внешних переходов. Диаграммы можно "подправить" путем перекодирования состояний, что приведет к перемещению нулей и единиц в диаграмме к появлению возможности объединения их в большие группы.

Следует помнить, что не всякая перекодировка минимизирует логические функции; преобразования, сводящиеся к замене переменных их отрицаниями и циклической перестановке переменных, не упрощают исходную логическую функцию, количество и характер членов в МКНФ и МДНФ остается прежним.

4. Если при кодировании задача минимизации не ставится, то процедуру кодирования целесообразно организовать таким образом, чтобы максимально упростить дальнейшую работу по определению функций возбуждения. Для этого столбцы таблицы переходов кодируются по законам кодирования диаграмм Карно, когда первый столбец кодируется нулевым кодом, а каждый последующий - возрастающим на единицу значением N -разрядного циклического кода.

4.4. Определение функций внешних переходов

Целесообразно функции внешних переходов определять в минимальных нормальных формах записи логических выражений. Это осуществляется в три этапа:

1. Расположение столбцов таблицы переходов (если это еще не было сделано на этапе кодирования) и ее строк изменяется перестановкой таким образом, чтобы входные переменные и состояния элементарных автоматов кодировали таблицу переходов, как это принято при построении диаграммы Карно.

2. Таблица перехода "расплаивается" на N диаграмм Карно функций внешних переходов. При этом если код состояния

автомата записывается в порядке возрастания номера элементарного автомата Q_1, Q_2, \dots, Q_N , то все левые двоичные цифры внутренних клеток таблицы переходов формируют диаграмму Карно функции внешних переходов элементарного автомата Q_1 , следующие двоичные цифры - элементарного автомата Q_2 , и, наконец, правые цифры - элементарного автомата Q_N .

3. По дизъюнктивным и конъюнктивным диаграммам Карно определяют МДНФ и МКНФ функций внешних переходов всех элементарных автоматов:

$$\begin{cases} Q_1(n+1) = f_1(x_1, x_2, \dots, x_l, Q_1, Q_2, \dots, Q_N)_n; \\ Q_N(n+1) = f_N(x_1, x_2, \dots, x_l, Q_1, Q_2, \dots, Q_N)_n. \end{cases} \quad (4.11)$$

4.5. Определения функций возбуждения элементарных автоматов

Функции возбуждения элементарных автоматов (триггеров) описывают значения входных сигналов D, T, R, S, J, K как функции входных сигналов синтезируемого автомата x_1, x_2, \dots, x_l и выходных сигналов элементарных автоматов (триггеров) Q_1, Q_2, \dots, Q_N .

При заданном значении функции внешних переходов сложность логических выражений для функций возбуждения зависит от типа применяемого в схеме триггера. Поэтому при оптимизации структуры автомата целесообразно определить функции возбуждения для всех типов триггеров, после чего использовать тот из них, функции возбуждения которого требуют минимальных затрат для своей реализации. Мы рассмотрим три метода определения функций возбуждения - табличный, аналитический и метод сравнения.

4.5.1. Табличный метод определения функций возбуждения.

Табличный метод обеспечивает кратчайший переход от диаграммы Карно функции внешних переходов триггера к диаграммам Карно его функций возбуждения и может быть рекомендован при "ручном" проектировании автоматов.

Пусть определяются функции возбуждения k -го элементарного автомата. Представим его функцию внешних переходов дизъюнктивной диаграммой Карно, как это сделано на рис. 28. Разобьем диаграмму на две части, одна из которых закодирована нулевым значением $Q_k(n)$, другая - единичным значением $Q_k(n)$ (на диаграмме $\bar{Q}_k(n)$ и $Q_k(n)$). Нули

и единицы диаграммы однозначно описывают характер переходов элементарного автомата. Так, ноль верхней части диаграммы соответствует переходу $0 \rightarrow 0$, поскольку он лежит в полосе $Q_k(n) = 0$ и

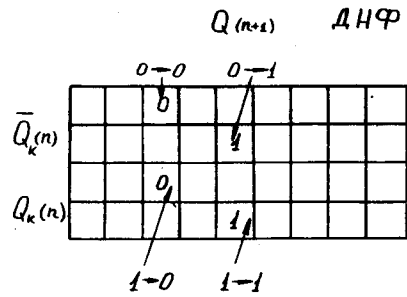


Рис. 28. Функция внешних переходов

единица - переходу $0 \rightarrow 1$, поскольку теперь $Q_k(n+1) = 1$. Аналогично для нижней части диаграммы имеем для нуля - переход $1 \rightarrow 0$, а для единицы - переход $1 \rightarrow 1$.

Очевидно, что функция возбуждения должна быть построена таким образом, чтобы ее значения на всех переходах вызывали требуемые таблицей изменения внутреннего состояния элементарного автомата. Отсюда следует, что диаграмма Карно функции возбуждения конкретного типа триггера по каждому из его входов может быть получена путем замены нулей и единиц диаграммы Карно функции внешних переходов значениями входных сигналов соответствующего входа, полученными из матрицы переходов этого триггера.

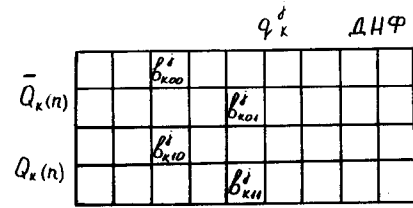


Рис. 29. Функция возбуждения

Тогда диаграмма Карно функции внешних переходов преобразуется в одну или две (по числу входов применяемого триггера) диаграммы Карно функции возбуждения.

Общий вид диаграммы Карно для функции возбуждения q_k^i -го входа k -го триггера представлена на рис. 29, индексация коэффициентов производилась аналогично матрице переходов рис. 22. Для удобства использования табличного метода при оптимизации выбора типа (типов) триггеров все матрицы переходов сведены в единую таблицу (рис. 30).

4.5.2. Аналитический метод определения функций возбуждения. Аналитический метод определения функций возбуждения отображает в аналитической форме преобразования функций внешних переходов в функции возбуждения, уже известные нам из предыдущего раздела.

Действительно, деление дизъюнктивной диаграммы Карно на две части эквивалентно представлению $Q_k(n+1)$ в виде

$$Q_k(n+1) = \bar{Q}_k(n)g_1(n) + Q_k(n)g_2(n), \quad (4.12)$$

где $\bar{Q}_k(n)g_1(n)$ логическая функция верхней части диаграммы; $Q_k(n)g_2(n)$ - логическая функция нижней части диаграммы.

$Q(n) \rightarrow Q(n+1)$	D		T		R-S		S		R		E'		J-K	
	D	T	R	S	R	S	R	S	R	S	K	J	K	J
0 → 0	0	0	b_1	0	b_1	0	b_1^*	b_1	b_1^*	b_1	b_1	0	b_1	0
0 → 1	1	1	0	1	b_2	1	0	1	0	1	b_2	1	b_2	1
1 → 0	0	1	b_3	0	1	0	1	b_3	1	0	1	b_3	0	b_3
1 → 1	1	0	0	b_4	b_4	b_4^*	0	b_4	b_4	b_4^*	0	b_4	b_4	b_4

$$\bar{b}_k + b_k^* \equiv 1$$

Рис. 30. Сводная матрица переходов

Поскольку для дизъюнктивных диаграмм значение функции набирается по единицам, то согласно теореме о недостающих конституентах нули диаграммы формируют отрицание функции. Отсюда объединение по нулям верхней части таблицы дает $\bar{Q}_k(n) \bar{g}_1(n)$, а нижней - $Q_k(n) \bar{g}_2(n)$. При формировании функции возбуждения q_k^j преобразованию подвергались как единицы, так и нули функции внешних переходов, поэтому дизъюнктивная форма q_k^j собирается по единицам всех клеток диаграммы Карно:

$$q_k^j = b_{k00}^j \bar{Q}_k \bar{g}_1 + b_{k01}^j \bar{Q}_k g_1 + b_{k10}^j Q_k \bar{g}_2 + b_{k11}^j Q_k g_2, \quad (4.13)$$

здесь $\bar{Q}_k \bar{g}_1$ - нули верхней части таблицы; переход $0 \rightarrow 0$;
 $\bar{Q}_k g_1$ - единицы верхней части таблицы; переход $0 \rightarrow 1$;
 $Q_k \bar{g}_2$ - нули нижней части таблицы; переход $1 \rightarrow 0$;
 $Q_k g_2$ - единицы нижней части таблицы; переход $1 \rightarrow 1$.

Теперь можно сформулировать правило определения аналитической формы функции возбуждения:

1. Функция переходов элементарного автомата записывается в форме (4.12).
2. По матрице переходов применяемого триггера составляется выражение (4.13).

3. Производится минимизация полученного выражения. Если в функцию возбуждения входят неопределенные коэффициенты, то минимизация не полностью определенных выражений осуществляется по известным правилам, но обязательно с учетом допустимых значений неопределенных коэффициентов, связанных соотношением (4.7).

Описанная процедура дает следующее выражение для функций возбуждения всех изученных нами триггеров:

$$\begin{aligned}
 D - \text{триггер} \quad D_k &= Q_k; \\
 T - \text{триггер} \quad T_k &= \bar{Q}_k \delta_1 + Q_k \delta_2; \\
 R-S - \text{триггер} \quad R_k &= b_1 \bar{Q}_k \bar{\delta}_1 + Q_k \bar{\delta}_2; \\
 &S_k = \bar{a}_k \delta_1 + b_2 Q_k \delta_2; \\
 R - \text{триггер} \quad R_k &= b_1^* \bar{Q}_k \bar{\delta}_1 + Q_k \delta_2; \\
 &S_k = b_1 \bar{Q}_k \bar{\delta}_1 + Q_k \delta_1 + b_2 Q_k \bar{\delta}_2 + b_3 Q_k \delta_2; \\
 S - \text{триггер} \quad R_k &= b_1 \bar{Q}_k \bar{\delta}_1 + b_2 \bar{Q}_k \delta_1 + Q_k \bar{\delta}_2 + b_3 Q_k \delta_2; \\
 &S_k = \bar{Q}_k \delta_1 + b_3^* Q_k \delta_2; \\
 E - \text{триггер} \quad R_k &= b_1^* \bar{Q}_k \bar{\delta}_1 + Q_k \bar{\delta}_2 + b_2 Q_k \delta_2; \\
 &S_k = b_1 \bar{Q}_k \bar{\delta}_1 + \bar{Q}_k \delta_2 + b_2^* Q_k \delta_2; \\
 J-K - \text{триггер} \quad K=R &= b_1 \bar{Q}_k \bar{\delta}_1 + b_2 \bar{Q}_k \delta_1 + Q_k \bar{\delta}_2; \\
 J=S &= \bar{Q}_k \delta_1 + b_3 Q_k \bar{\delta}_2 + b_4 Q_k \delta_2.
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

В простейшем случае значения всех неопределенных коэффициентов можно принять равными нулю, однако для произвольной формы функции внешних переходов это не гарантирует получения минимальных форм функций возбуждения.

4.5.3. Определение функции возбуждения методом сравнения. Функцию внешних переходов элементарного автомата представим в виде

$$Q_k(n+1) = (a_1 + \bar{Q}_k a_2 + Q_k a_3)_n. \tag{4.15}$$

Если (4.15) совпадает по форме с одним из выражений функции перехода известных нам триггеров, то логические функции a_1 , a_2 и a_3 можно рассматривать как соответствующие функции возбуждения. Например, если функция переходов приводится к виду $Q_k(n+1) = (\bar{Q}_k a_2 + Q_k a_3)_n$, то мы можем заключить, что целесообразно использовать J-K-триг-

Тип триггера	Функция перехода $Q(n+1)$
D	Q
T	$\bar{Q} T + Q \bar{T}$
R-S	$S + Q \bar{R} ; S \cdot R = 0$
S	$S + Q \bar{R}$
R	$S \bar{R} + Q \bar{R}$
E	$S \bar{R} + Q(\bar{R} + S)$
J-K	$\bar{Q} \cdot J + Q \bar{K}$

Рис. 31. Сводная таблица функций переходов

гер с функциями возбуждения $J = a_2$; $K = \bar{a}_3$. Для упрощения процедуры сравнения функции переходов D-, T-, R-S-, S-, R-, E- и J-K-триггеров сведены в единую таблицу (рис. 31).

ЛИТЕРАТУРА

1. Силин В.Б. Конспект лекций по курсу "Электронные вычислительные устройства". Ч. 11, вып. 1 и 2. МАИ, 1971.
2. Поспелов Д.А. Логические методы анализа и синтеза схем. "Энергия", 1974.
3. Данилович Г.А. [и др.] Руководство к лабораторным работам по курсу "Импульсные устройства". МАИ, 1976.
4. Вавилов Е.Н., Портной Г.П. Синтез схем электронных цифровых машин. "Советское радио", 1963.
5. Букреев И.Н., Мансуров Б.М., Горячев В.И. Микроэлектронные схемы цифровых устройств. "Советское радио", 1975.

4.3. Кодирование таблиц переходов	47
4.4. Определение функций внешних переходов ..	48
4.5. Определения функций возбуждения элементарных автоматов	49
Литература	53

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
1. Введение	4
1.1. Задачи, не решаемые средствами комбинационной логики	4
1.2. Описание устройства с сохранением предистории сигнала	5
1.3. Формализация исходных понятий теории автоматов	9
2. Формы представления абстрактных конечных автоматов	15
2.1. Общие требования к формам и средствам представления абстрактных конечных автоматов	15
2.2. Представление абстрактного конечного автомата с помощью таблиц переходов и выходов	17
2.3. Представление абстрактного конечного автомата с помощью графа	20
2.4. Матричное представление абстрактного конечного автомата	22
2.5. Формы представления абстрактных конечных автоматов и реальные автоматы	25
3. Преобразования абстрактных конечных автоматов	25
3.1. Эквивалентность конечных автоматов	25
3.2. Эквивалентные преобразования автоматов Мура и обратно	27
3.3. Минимизация числа внутренних состояний абстрактных автоматов	31
4. Структурный синтез конечных автоматов	34
4.1. Задачи структурного синтеза конечных автоматов	34
4.2. Блок-схема автомата	36

Владимир Борисович Сялин,
Борис Сергеевич Мельников

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ПО КУРСУ "ЭЛЕКТРОННЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА"

Редактор Л.М. Коршунова	Тех. редактор К.П. Барановская
Л- 72518 от 11/ХП-78 г.	4,0 уч.-изд.л., 3,5 печ. л.
Зак. 725 /8656	Цена 14 коп. Тираж 500

Ротапринт МАИ